

**AGH**AGH UNIVERSITY OF SCIENCE  
AND TECHNOLOGY

Nazwa modułu: Analiza matematyczna 2

Rok akademicki: 2014/2015 Kod: IET-1-201-s Punkty ECTS: 5

Wydział: Informatyki, Elektroniki i Telekomunikacji

Kierunek: Elektronika i Telekomunikacja Specjalność: —

Poziom studiów: Studia I stopnia Forma i tryb studiów: Stacjonarne

Język wykładowy: Polski Profil kształcenia: Ogólnoakademicki (A) Semestr: 2

Strona www: —

Osoba odpowiedzialna: dr Górka Joanna (gorska@agh.edu.pl)

Osoby prowadzące: dr Figura Bogdan (figura@agh.edu.pl)  
dr Górka Joanna (gorska@agh.edu.pl)

## Opis efektów kształcenia dla modułu zajęć

Kod EKM	Student, który zaliczył moduł zajęć wie/umie/potrafi	Powiązania z EKK	Sposób weryfikacji efektów kształcenia (forma zaliczeń)
Wiedza			
M_W001	Ma wiedzę z teorii całek niewłaściwych	ET1A_W01	Egzamin, Kolokwium
M_W002	Zna zastosowania całek oznaczonych	ET1A_W01	Egzamin, Kolokwium
M_W003	Ma wiedzę z teorii szeregów liczbowych; wie jak stosować kryteria zbieżności szeregów	ET1A_W01	Egzamin, Kolokwium
M_W004	Ma wiedzę z teorii szeregów funkcyjnych	ET1A_W01	Egzamin, Kolokwium
M_W005	Ma wiedzę z teorii szeregów potęgowych; wie jak znajdować sumy szeregów potęgowych; wie jak rozwijać funkcje w szeregi Taylora	ET1A_W01	Egzamin, Kolokwium
M_W006	Ma wiedzę z teorii szeregów Fouriera; wie jak rozwijać funkcje w szeregi Fouriera	ET1A_W01	Egzamin, Kolokwium
M_W007	Ma wiedzę z rachunku różniczkowego funkcji wielu zmiennych; wie jak znajdować ekstrema lokalne takich funkcji	ET1A_K01	Egzamin, Kolokwium
M_W008	Ma wiedzę z rachunku całkowego funkcji wielu zmiennych; zna zastosowanie całek wielokrotnych	ET1A_W01	Egzamin, Kolokwium
M_W009	Ma wiedzę z teorii równań różniczkowych	ET1A_W01	Egzamin, Kolokwium

Kompetencje społeczne			
M_K001	Ma świadomość kultury matematycznej; podejmuje starania, aby przekazywać zdobytą wiedzę w sposób powszechnie zrozumiały	ET1A_K06	Odpowiedź ustna

## Matryca efektów kształcenia w odniesieniu do form zajęć

Kod EKM	Student, który zaliczył moduł zajęć wie/umie/potrafi	Forma zajęć										
		Wykład	Ćwiczenia audytoryjne	Ćwiczenia laboratoryjne	Ćwiczenia projektowe	Konwersatorium	Zajęcia seminaryjne	Zajęcia praktyczne	Zajęcia terenowe	Zajęcia warsztatowe	Inne	E-learning
Wiedza												
M_W001	Ma wiedzę z teorii całek niewłaściwych	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-
M_W002	Zna zastosowania całek oznaczonych	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-
M_W003	Ma wiedzę z teorii szeregów liczbowych; wie jak stosować kryteria zbieżności szeregów	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-
M_W004	Ma wiedzę z teorii szeregów funkcyjnych	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-
M_W005	Ma wiedzę z teorii szeregów potęgowych; wie jak znajdować sumy szeregów potęgowych; wie jak rozwijać funkcje w szeregi Taylora	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-
M_W006	Ma wiedzę z teorii szeregów Fouriera; wie jak rozwijać funkcje w szeregi Fouriera	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-
M_W007	Ma wiedzę z rachunku różniczkowego funkcji wielu zmiennych; wie jak znajdować ekstrema lokalne takich funkcji	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-
M_W008	Ma wiedzę z rachunku całkowego funkcji wielu zmiennych; zna zastosowanie całek wielokrotnych	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-
M_W009	Ma wiedzę z teorii równań różniczkowych	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Kompetencje społeczne												
M_K001	Ma świadomość kultury matematycznej; podejmuje starania, aby przekazywać zdobytą wiedzę w sposób powszechnie zrozumiały	-	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-

## Treść modułu zajęć (program wykładów i pozostałych zajęć)

### Wykład

Zajęcia w ramach modułu prowadzone są w postaci wykładu (45 godzin) oraz ćwiczeń audytoryjnych (45 godzin)

#### WYKŁADY

##### 1. Całka niewłaściwa (2 godz.)

Definicja całki niewłaściwej. Bezwzględna zbieżność całki niewłaściwej. Kryterium porównawcze.

##### 2. Zastosowanie całki oznaczonej (4 godz.)

Współrzędne biegunowe. Obliczanie pól powierzchni obszarów płaskich zadanych we współrzędnych kartezjańskich, biegunowych i parametrycznych. Krzywe w  $R^n$  i ich parametryzacje. Obliczanie długości krzywych. Obliczanie objętości i pól powierzchni brył obrotowych.

##### 3. Szeregi liczbowe (4 godz.)

Definicja. Zbieżność i rozbieżność szeregu, zbieżność warunkowa, bezwzględna. WK zbieżności szeregu. Działania na szeregach. Kryteria zbieżności szeregów (porównawcze, ilorazowe, d'Alemberta, Cauchy'ego, całkowe). Szeregi naprzemienne i kryterium Leibniza. Łączność sumy szeregu zbieżnego.

##### 4. Ciągi i szeregi funkcyjne (2 godz.)

Ciąg funkcyjny. Zbieżność punktowa i jednostajna ciągu funkcyjnego. Szeregi funkcyjne. Zbieżność punktowa, jednostajna i bezwzględna szeregu funkcyjnego. Warunki konieczne zbieżności. Kryterium Weierstrassa. Różniczkowanie i całkowanie szeregów funkcyjnych.

##### 5. Szeregi potęgowe (4 godz.)

Definicja. Lemat Abela. Promień i obszar zbieżności szeregu potęgowego. Tw. Cauchy'ego-Hadamarda i tw. d'Alemberta. Różniczkowanie i całkowanie szeregu potęgowego. Tw. Abela. Szereg Taylora. Szeregi Maclaurina podstawowych funkcji. Funkcja analityczna. Informacja o funkcjach zmiennej zespolonej.

##### 6. Szeregi Fouriera (4 godz.)

Trygonometryczny szereg Fouriera. Tw. Eulera-Fouriera. Tw. Dirichleta. Tożsamość Parsevala. Rozwijanie funkcji w szereg sinusów i w szereg cosinusów. Postać zespolona szeregu trygonometrycznego Fouriera - informacyjnie.

##### 7. Funkcje wielu zmiennych (3 godz.)

Przykłady funkcji wielu zmiennych. Otoczenie i sąsiedztwo punktu w  $R^n$ . Zbiory otwarte, domknięte, ograniczone, zwarte i spójne w  $R^n$ . Granica ciągu punktów w  $R^n$ . Granica funkcji wielu zmiennych. Granice iterowane. Funkcje ciągłe. Własności funkcji ciągłych (tw. Weierstrassa, tw. Darboux, tw. o zachowaniu znaku).

##### 8. Pochodna funkcji wielu zmiennych (4 godz.)

Pochodna kierunkowa, pochodna cząstkowa i ich interpretacje geometryczne. Różniczka zupełna i jej interpretacja geometryczna. Związki różniczki zupełnej z pochodnymi kierunkowymi i cząstkowymi. Własności różniczki zupełnej. Macierzowy zapis różniczki. Gradient funkcji. Różniczka funkcji wektorowej. Macierz Jacobiego. Różniczka złożenia odwzorowań.

##### 9. Ekstrema funkcji wielu zmiennych (4 godz.)

Pochodne cząstkowe wyższych rzędów. Tw. Schwarza. Różniczka rzędu drugiego i jej macierzowy zapis. Definicje maksimum i minimum lokalnego. WK istnienia ekstremum lokalnego. WW istnienia ekstremum lokalnego. Określoność drugiej różniczki - tw. Sylwestera.

##### 10. Całka podwójna (4 godz.)

Całka Riemanna w prostokącie. Interpretacja geometryczna. Własności całki

podwójnej. Całka w obszarach normalnym i regularnym. Zamiana całki podwójnej na iterowane. Zamiana zmiennych w całe podwójnej. Zastosowania całek podwójnych.

11. Całka potrójna (4 godz.)

Całka Riemanna w prostopadłościach. Własności całki potrójnej. Całka w obszarach normalnym i regularnym. Zamiana całki potrójnej na iterowane. Zmiana zmiennych w całe potrójnej. Współrzędne walcowe i sferyczne. Zastosowania całek potrójnych.

12. Równania różniczkowe rzędu I – wstęp (1 godz.)

Definicja i przykłady. Całka ogólna i szczególna równania różniczkowego. Istnienie i jednoznaczność rozwiązania.

13. Najprostsze równania różniczkowe i sposoby ich rozwiązywania (5 godz.)

Równanie o zmiennych rozdzielonych. Równania różniczkowe liniowe rzędu I. Metoda uzmienniania stałej. Równania różniczkowe liniowe wyższych rzędów.

### Ćwiczenia audytoryjne

#### ĆWICZENIA

1. Całki oznaczone i ich zastosowania (7 godz.)

2. Szeregi liczbowe (4 godz.)

3. Zbieżność punktowa i jednostajna ciągów funkcyjnych (2 godz.)

4. Znajdowanie obszarów zbieżności i sum szeregów potęgowych (4 godz.)

5. Rozwijanie funkcji w szereg Taylora (2 godz.)

6. Rozwijanie funkcji w szeregi pełne Fouriera, sinusów i cosinusów (4 godz.)

7. 1. kolokwium (2 godz.)

8. Granice funkcji wielu zmiennych (2 godz.)

9. Rachunek różniczkowy funkcji wielu zmiennych i jego zastosowania (6 godz.)

10. Całki wielokrotne (6 godz.)

11. Rozwiązywanie równań różniczkowych (4 godz.)

12. 2. kolokwium (2 godz.)

### Sposób obliczania oceny końcowej

1. Warunkiem koniecznym uzyskania pozytywnej oceny końcowej OK jest otrzymanie pozytywnej oceny z ćwiczeń i z egzaminu. Przy czym warunkiem dopuszczenia do egzaminu jest posiadanie oceny pozytywnej z ćwiczeń.

2. Po obliczeniu oceny średniej ważonej według wzoru  $SW = 0,49SOC + 0,51SOE$ , gdzie SOC jest średnią arytmetyczną ocen uzyskanych we wszystkich terminach zaliczeń z ćwiczeń, a SOE jest średnią arytmetyczną ocen uzyskanych we wszystkich terminach z egzaminu, ocena końcowa OK jest obliczana według zależności:

if  $SW > 4.75$  then  $OK := 5.0$  (bdb) else

if  $SW > 4.25$  then  $OK := 4.5$  (ins>db) else

if  $SW > 3.75$  then  $OK := 4.0$  (db) else

if  $SW > 3.25$  then  $OK := 3.5$  (/ins>dst) else  $OK := 3$  (dst)

### Wymagania wstępne i dodatkowe

Wiedza z przedmiotów: Analiza matematyczna 1 i Algebra

### Zalecana literatura i pomoce naukowe

1. G. Decewicz, W. Żakowski, Matematyka cz. 1, WNT, Warszawa, 1979

2. W. Żakowski, W. Kołodziej, Matematyka cz. 2, WNT, Warszawa, 1974

3. M. Gewert, Z. Skoczylas, Analiza matematyczna 1, Definicje, twierdzenia, wzory, Oficyna Wydawnicza GiS, Wrocław, 2009

4. M. Gewert, Z. Skoczylas, Analiza matematyczna 1, Przykłady i zadania, Oficyna Wydawnicza GiS, Wrocław, 2002

5. M. Gewert, Z. Skoczylas, Analiza matematyczna 2, Definicje, twierdzenia, wzory, Oficyna Wydawnicza GiS, Wrocław, 2006

6. M. Gewert, Z. Skoczyła, Analiza matematyczna 2, Przykłady i zadania, Oficyna Wydawnicza GiS, Wrocław, 2004
7. W. Kryszewski, L. Włodarski, Analiza matematyczna w zadaniach, PWN, Warszawa, 1993
8. W. Stankiewicz, Zadania z matematyki dla wyższych uczelni technicznych, PWN, Warszawa, 2001
9. W. Stankiewicz, J. Wojtowicz, Zadania z matematyki dla wyższych uczelni technicznych, PWN, Warszawa, 1976
10. J. Banaś, S. Wędrychowicz, Zbiór zadań z analizy matematycznej, WNT, Warszawa, 1993

**Publikacje naukowe osób prowadzących zajęcia związane z tematyką modułu**

Nie podano dodatkowych publikacji

**Informacje dodatkowe**

Brak

**Nakład pracy studenta (bilans punktów ECTS)**

Forma aktywności studenta	Obciążenie studenta
Udział w wykładach	45 godz
Udział w ćwiczeniach audytoryjnych	45 godz
Samodzielne studiowanie tematyki zajęć	30 godz
Przygotowanie sprawozdania, pracy pisemnej, prezentacji, itp.	30 godz
Sumaryczne obciążenie pracą studenta	150 godz
Punkty ECTS za moduł	5 ECTS