



Module name: **Mathematical Foundations of Quantum Mechanics**

Academic year: **2016/2017** Code: **AMA-3-208-s** ECTS credits: **4**

Faculty of: **Applied Mathematics**

Field of study: **Mathematics** Specialty: **—**

Study level: **Third-cycle studies** Form and type of study: **Full-time studies**

Lecture language: **English** Profile of education: **Academic (A)** Semester: **2**

Course homepage: **—**

Responsible teacher: **dr hab. Kuźel Sergiusz (kuzhel@agh.edu.pl)**

Academic teachers: **dr hab. Kuźel Sergiusz (kuzhel@agh.edu.pl)**

Description of learning outcomes for module

MLO code	Student after module completion has the knowledge/ knows how to/is able to	Connections with FLO	Method of learning outcomes verification (form of completion)
Skills			
M_U001	Zna zasady metody kwantowania oraz potrafi obliczyć widmo szczególnych Hamiltonianów	MA3A_U01	Examination, Activity during classes
M_U002	Rozumie w jaki sposób teoria operatorów samosprężonych może być zastosowana w badaniach mechaniki kwantowej	MA3A_U01	Examination, Activity during classes
Knowledge			
M_W001	Zna podstawowe pojęcia i twierdzenia teorii operatorów samosprężonych.	MA3A_W01	Examination, Activity during classes
M_W002	Posiada pogłębioną wiedzę na temat teorii spektralnej oraz potrafi omówić konkretne przykłady Hamiltonianów mechaniki kwantowej	MA3A_W01	Examination, Activity during classes
M_W003	Rozumie znaczenie postulatów mechaniki kwantowej	MA3A_W01	Examination, Activity during classes

FLO matrix in relation to forms of classes

MLO code	Student after module completion has the knowledge/ knows how to/is able to	Form of classes										
		Lectures	Auditorium classes	Laboratory classes	Project classes	Conversation seminar	Seminar classes	Practical classes	Fieldwork classes	Workshops	Others	E-learning
Skills												
M_U001	Zna zasady metody kwantowania oraz potrafi obliczyć widmo szczególnych Hamiltonianów	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-
M_U002	Rozumie w jaki sposób teoria operatorów samosprzężonych może być zastosowana w badaniach mechaniki kwantowej	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Knowledge												
M_W001	Zna podstawowe pojęcia i twierdzenia teorii operatorów samosprzężonych.	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-
M_W002	Posiada pogłębioną wiedzę na temat teorii spektralnej oraz potrafi omówić konkretne przykłady Hamiltonianów mechaniki kwantowej	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-
M_W003	Rozumie znaczenie postulatów mechaniki kwantowej	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-

Module content

Lectures

PL

1. Wstępne pojęcia matematyczne. Operatory domknięte i domykalne w przestrzeni Hilberta. Różnica między operatorami ograniczonymi a nieograniczonymi. Pojęcia operatora sprzężonego. Operatory symetryczne i samosprzężone. Części widma oraz ich sens fizyczny. Specjalne klasy operatorów samosprzężonych. Widmo operatora mnożenia. Funkcja spektralna operatora samosprzężonego. Opis widma za pomocą funkcji spektralnej. Relacje komutacyjne. Funkcje operatorów samosprzężonych. Przykłady zastosowania rachunku funkcyjnego dla operatorów samosprzężonych. Grupy operatorów unitarnych. Twierdzenie Stone'a.

2. Podstawy formalizmu mechaniki kwantowej. Sformułowanie głównych postulatów mechaniki kwantowej. Stany i obserwabli. Związek pomiędzy obserwabliami a operatorami samosprzężonymi. Rola widma w pomiarze obserwabli. Sens fizyczny wartości własnych. Koncepcja jednocześnie wymiernych obserwabli. Uniwersalny dualizm korpuskularno-falowy. Operator energii (Hamiltonian). Równanie Schrödingera. Reprezentacje Schrodingera i Heisenberga mechaniki kwantowej.

3. Różniczkowanie obserwabli względem czasu. Metody kwantyzacji. Relacje

komutacyjne Heisenberga. Sprzężone obserwabli. Relacja nieoznaczoności. Relacja nieoznaczoności położenie-impuls.

4. Oscylator harmoniczny. Operatory anihilacji i kreacji. Swobodna cząstka w przestrzeni 3D. Spin cząstki. Fermiony i bozony. Identyczne cząstki.

5. Radialne równanie Schrödingera. Rozpraszania teoria. Rozpraszanie cząstek Rozpraszanie cząstek na potencjale. Teoria rozpraszania Laxa-Philipsa.

6. Superpozycja kwantowa. Paradoks kota Schrödingera. Idea kryptografii kwantowej.

7. Koncepcja PT-symetrycznej mechaniki kwantowej. Obserwable jak operatory samosprężone w przestrzeni Kreina. Koncepcja nieokreślonej metryki. C-symetria i niezłamana PT-symetria. Osobliwości spektralne, wyjątkowe punkty i zastosowanie w optyce.

EN

1. Mathematical preliminaries. Closed and closable operators in a Hilbert space. The difference between bounded and unbounded operators. The concept of adjoint operator. Symmetric and self-adjoint operators. The parts of the spectrum and their physical meaning. Special classes of self-adjoint operators. The spectrum of the multiplication operator. Spectral function of a self-adjoint operator. Description of spectrum in terms of spectral function. Commutation relations. Functions of a self-adjoint operators. Examples of application of functional calculus for self-adjoint operators. One-parameter groups of unitary operators. Stone theorem.

2. General concepts of Quantum mechanics. Formulation of basic postulates of QM. States and observables in QM. Relationship between observables and self-adjoint operators. The role of spectrum in the measurement of observables. Physical meaning of eigenvalues. The concept of simultaneously measurable observables. Universal wave-particle duality. The energy operator (Hamiltonian) Schrodinger equation. Schrodinger and Heisenberg pictures of QM.

3. Time differentiation of observables. Quantization methods. Heisenberg commutation relations. Canonically conjugate observables. Uncertainty relations. Heisenberg uncertainty relations.

4. Harmonic oscillator. Annihilation and creation operators The free particle in 3D-space. Particles with spin. Fermions and bosons. Identical particles.

5. The radial Schrodinger equation. Scattering theory. Scattering of a one-dimensional particle by a potential barrier. Scattering by a potential center. The Lax-Phillips scattering.

6. Quantum superposition. The Schrodinger's cat paradox. The idea of quantum cryptography.

7. The concept of PT-symmetric Quantum Mechanics. Observables as self-adjoint operators in Krein space. The concept of indefinite metric. C-symmetry and unbroken PT-symmetry. Spectral singularities, exceptional points and application in optics.

Auditorium classes

Zajęcia ćwiczeniowe

Ilustracja tematów prezentowanych podczas wykładów Dyskusja i rozwiązanie różnych przykładów i konkretnych problemów.

Auditorium classes

Illustration of topics presented during lectures. Discussion and solution of various examples and particular problems.

Method of calculating the final grade

Egzamin

Prerequisites and additional requirements

Podstawowa wiedza z zakresu analizy funkcjonalnej i teorii prawdopodobieństwa

Recommended literature and teaching resources

1. Leon A. Takhtajan, Quantum Mechanics for Mathematicians, Graduate Studies in Mathematics, v. 95, AMS, 2008.
2. L.D. Faddeev and O.A. Yakubovskii, Lectures on Quantum Mechanics for Mathematics Students, Student Math. Library, v. 47, AMS, 2000.
3. F.A. Berezin and M.A. Shubin, Schrödinger Equation, Kluwer, 1991.
4. John von Neumann, Mathematical Foundations of Quantum Mechanics, Princeton Landmarks in Mathematics and Physics, Princeton University Press, 1996.

Scientific publications of module course instructors related to the topic of the module

S. Albeverio and S. Kuzhel, PT-Symmetric Operators in Quantum Mechanics: Krein Spaces Methods, in 'Non-Selfadjoint Operators in Quantum Physics: Mathematical Aspects', Fabio Bagarello, Jean-Pierre Gazeau, Franciszek H. Szafraniec, and Miloslav Znojil, editors, 2015 John Wiley Sons, Inc.

Additional information

None

Student workload (ECTS credits balance)

Student activity form	Student workload
Participation in lectures	28 h
Participation in auditorium classes	28 h
Preparation for classes	28 h
Realization of independently performed tasks	28 h
Examination or Final test	2 h
Summary student workload	114 h
Module ECTS credits	4 ECTS