

**AGH**AGH UNIVERSITY OF SCIENCE  
AND TECHNOLOGY

Nazwa modułu:	Statystyka matematyczna				
Rok akademicki:	2017/2018	Kod:	JFT-1-401-s	Punkty ECTS:	5
Wydział:	Fizyki i Informatyki Stosowanej				
Kierunek:	Fizyka Techniczna	Specjalność:	—		
Poziom studiów:	Studia I stopnia	Forma i tryb studiów:	Stacjonarne		
Język wykładowy:	Polski	Profil kształcenia:	Ogólnoakademicki (A)	Semestr:	4
Strona www:	<a href="http://home.agh.edu.pl/mariuszpwfiis_stat/index.html">http://home.agh.edu.pl/mariuszpwfiis_stat/index.html</a>				
Osoba odpowiedzialna:	prof. dr hab. inż. Przybycień Mariusz (mariusz.przybycien@agh.edu.pl)				
Osoby prowadzące:	dr inż. Adamczyk Leszek (Leszek.Adamczyk@agh.edu.pl) prof. dr hab. inż. Przybycień Mariusz (mariusz.przybycien@agh.edu.pl)				

## Opis efektów kształcenia dla modułu zajęć

Kod EKM	Student, który zaliczył moduł zajęć wie/umie/potrafi	Powiązania z EKK	Sposób weryfikacji efektów kształcenia (forma zaliczeń)
<b>Wiedza</b>			
M_W001	Student zna i rozumie podstawowe zasady statystyki matematycznej.	FT1A_W02, FT1A_W04, FT1A_W06	Aktywność na zajęciach, Egzamin, Kolokwium
M_W002	Student zna i rozumie podstawowe zasady rachunku prawdopodobieństwa.	FT1A_W02, FT1A_W04, FT1A_W06	Aktywność na zajęciach, Egzamin, Kolokwium
<b>Umiejętności</b>			
M_U001	Student potrafi posługiwać się rozkładami prawdopodobieństwa.	FT1A_U06, FT1A_U10, FT1A_U01, FT1A_U04	Aktywność na zajęciach, Egzamin, Kolokwium
M_U002	Student potrafi właściwie dobrać i obliczyć estymatory parametrów rozkładów.	FT1A_U10, FT1A_U01, FT1A_U04, FT1A_U07	Aktywność na zajęciach, Egzamin, Kolokwium
M_U003	Student potrafi znajdować przedziały ufności oraz przeprowadzać testy hipotez statystycznych.	FT1A_U10, FT1A_U01, FT1A_U04, FT1A_U07	Aktywność na zajęciach, Egzamin, Kolokwium
M_U004	Student potrafi obliczać prawdopodobieństwa różnych zdarzeń.	FT1A_U01, FT1A_U04, FT1A_U05	Aktywność na zajęciach, Egzamin, Kolokwium

**Matryca efektów kształcenia w odniesieniu do form zajęć**

Kod EKM	Student, który zaliczył moduł zajęć wie/umie/potrafi	Forma zajęć										
		Wykład	Ćwiczenia audytoryjne	Ćwiczenia laboratoryjne	Ćwiczenia projektowe	Konwersatorium	Zajęcia seminaryjne	Zajęcia praktyczne	Zajęcia terenowe	Zajęcia warsztatowe	Inne	E-learning
Wiedza												
M_W001	Student zna i rozumie podstawowe zasady statystyki matematycznej.	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-
M_W002	Student zna i rozumie podstawowe zasady rachunku prawdopodobieństwa.	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Umiejętności												
M_U001	Student potrafi posługiwać się rozkładami prawdopodobieństwa.	+	+	-	+	-	-	-	-	-	-	-
M_U002	Student potrafi właściwie dobrać i obliczyć estymatory parametrów rozkładów.	+	+	-	+	-	-	-	-	-	-	-
M_U003	Student potrafi znajdować przedziały ufności oraz przeprowadzać testy hipotez statystycznych.	+	+	-	+	-	-	-	-	-	-	-
M_U004	Student potrafi obliczać prawdopodobieństwa różnych zdarzeń.	+	+	-	+	-	-	-	-	-	-	-

**Treść modułu zajęć (program wykładów i pozostałych zajęć)****Wykład**Wykład 1

- Zdarzenia elementarne, pojęcie prawdopodobieństwa, elementy kombinatoryki.
- Formuła włączania-wyłączania.

Wykład 2

- Prawdopodobieństwo warunkowe. Niezależność zdarzeń.
- Prawdopodobieństwo całkowite. Twierdzenie Bayes'a.

Wykład 3

- Zmienna losowa dyskretna i ciągła, rozkład prawdopodobieństwa, dystrybuanta.
  - Dwu- i wielowymiarowa zmienna losowa. Rozkłady brzegowe.
- Niezależność zmiennych losowych.

Wykład 4

- Funkcje zmiennych losowych.
- Parametry opisowe zmiennej losowej, wartość oczekiwana, wariancja.

Wykład 5

- Momenty zmiennej losowej, kowariancja, współczynnik korelacji.
- Macierz kowariancji, momenty funkcji zmiennych losowych, propagacja małych błędów.

#### Wykład 6

- Warunkowa wartość oczekiwana, warunkowa wariancja. Randomizacja.
- Linie regresji I i II rodzaju.

#### Wykład 7

- Rozkłady prawdopodobieństwa I: Bernoulliego, dwu- i wielomianowy, geometryczny, dwumianowy ujemny, płaski, gamma, beta, wykładniczy, Erlanga.
- Statystyka porządku, rozkład wartości maksymalnej i minimalnej.

#### Wykład 8

- Rozkłady prawdopodobieństwa II: Rozkład Poissona, rozkład normalny jedno i wielowymiarowy.

#### Wykład 9

- Nierówność Chebyshev'a, prawo wielkich liczb, centralne twierdzenie graniczne.
- Graniczne zachowania wybranych rozkładów, twierdzenie de Moivre'a-Laplace'a.

#### Wykład 10

- Estymatory i ich własności, estymatory wartości oczekiwanej i wariancji, „błąd błędu”.
- Estymatory kowariancji i współczynnika korelacji, metody znajdowania estymatorów: metoda momentów.

#### Wykład 11

- Funkcja wiarygodności, twierdzenie Cramera-Rao, metoda największej wiarygodności, średnia ważona.

#### Wykład 12

- Rozkłady prawdopodobieństwa III: rozkład  $\chi^2$ , Studenta, Snedecora-Fishera.
- Pojęcie przedziału ufności. Przedział ufności dla wartości oczekiwanej przy znanej i nieznannej wariancji.

#### Wykład 13

- Przedział ufności dla wariancji. Estymacja przedziałowa parametru  $p$  rozkładu dwumianowego.
- Hipotezy statystyczne. Błędy I-go i II-go rodzaju. Weryfikacja hipotez statystycznych.

#### Wykład 14

- Testy istotności dla wartości oczekiwanej i wariancji. Test zgodności  $\chi^2$ .
- Przedziały ufności i testy hipotez statystycznych dla dwóch próbek losowych.

### **Ćwiczenia audytoryjne**

#### Ćwiczenia 1

Efekty kształcenia:

- student potrafi wykorzystać metody kombinatoryczne do obliczania prawdopodobieństw.
- student potrafi wykorzystać formułę włączania-wyłączania do obliczania prawdopodobieństw.

#### Ćwiczenia 2

Efekty kształcenia:

- student potrafi obliczać prawdopodobieństwo zdarzenia.
- student potrafi obliczać prawdopodobieństwa warunkowe i całkowite.

### Ćwiczenia 3

Efekty kształcenia:

- student potrafi posługiwać się twierdzeniem Bayes'a.
- student potrafi sprawdzić czy zdarzenia są niezależne.

### Ćwiczenia 4

Efekty kształcenia:

- student potrafi wykorzystać rozkład prawdopodobieństwa oraz dystrybuantę do obliczania prawdopodobieństw.
- student potrafi znaleźć rozkłady brzegowe.
- student potrafi sprawdzić czy zmienne losowe są niezależne.

### Ćwiczenia 5

Efekty kształcenia:

- student potrafi znaleźć rozkład prawdopodobieństwa funkcji zmiennej losowej.
- student potrafi posługiwać się wielowymiarowymi zmiennymi losowymi.

### Ćwiczenia 6

Efekty kształcenia:

- student potrafi obliczyć wartość oczekiwaną i wariancję dyskretnej i ciągłej zmiennej losowej oraz jej funkcji.
- student potrafi obliczyć wyższe momenty zmiennej losowej.

### Ćwiczenia 7

Efekty kształcenia:

- student potrafi obliczyć współczynnik korelacji zmiennych losowych.
- student potrafi posłużyć się macierzą kowariancji.

### Ćwiczenia 8

Efekty kształcenia:

- student potrafi obliczać warunkowe wartości oczekiwane i warunkowe wariancje.
- student potrafi wyznaczyć linie regresji I-go i II-go rodzaju.

### Ćwiczenia 9

Efekty kształcenia:

- student potrafi dobrać podstawowe rozkłady prawdopodobieństwa do rozwiązania konkretnych problemów.
- student potrafi obliczyć parametry podstawowych rozkładów prawdopodobieństwa.

### Ćwiczenia 10

Efekty kształcenia:

- student potrafi powiązać rozkłady Poissona i normalny z konkretnymi zastosowaniami praktycznymi.
- student potrafi wykorzystać w praktyce centralne twierdzenie graniczne.

### Ćwiczenia 11

Efekty kształcenia:

- student potrafi obliczyć estymatory wartości oczekiwanej, wariancji, kowariancji i współczynnika korelacji.
- student potrafi znaleźć estymator korzystając z metody momentów.

### Ćwiczenia 12

Efekty kształcenia:

- student potrafi znaleźć estymator korzystając z metody największej wiarygodności.
- student potrafi obliczyć średnią ważoną.

### Ćwiczenia 13

**Efekty kształcenia:**

- student potrafi zastosować rozkładu Studenta i  $\chi^2$  do konkretnych problemów.
- student potrafi wyznaczyć przedział ufności dla wartości oczekiwanej, przy znanej i nieznannej wariancji.
- student potrafi znaleźć przedział ufności dla wariancji oraz parametru  $p$  rozkładu dwumianowego.

Ćwiczenia 14

**Efekty kształcenia:**

- student potrafi przeprowadzić weryfikację podstawowych hipotez statystycznych.
- student potrafi wykonać test zgodności  $\chi^2$ .
- student potrafi znaleźć przedział ufności oraz przeprowadzić testy hipotezy dla dwóch próbek losowych.

**Ćwiczenia projektowe**

Ćwiczenia 1

**Efekty kształcenia:**

- student potrafi napisać program symulujący proste eksperymenty losowe.
- student potrafi obliczać prawdopodobieństwa metodą Monte Carlo.

Ćwiczenia 2

**Efekty kształcenia:**

- student potrafi generować przypadki z dowolnego rozkładu prawdopodobieństwa.
- student potrafi przedstawić otrzymane wyniki w postaci wykresu częstości lub gęstości prawdopodobieństwa.

Ćwiczenia 3

**Efekty kształcenia:**

- student potrafi wyznaczyć numerycznie rozkład estymatora i oszacować jego niepewność standardową za pomocą metody Monte Carlo.

Ćwiczenia 4

**Efekty kształcenia:**

- student potrafi za pomocą wybranego programu komputerowego dopasować dowolną zależność funkcyjną do danych eksperymentalnych oraz oszacować niepewności standardowe jej parametrów i jakość dopasowania.

Ćwiczenia 5

**Efekty kształcenia:**

- student potrafi za pomocą wybranego programu komputerowego wyznaczyć obszar ufności i przeprowadzić test hipotezy.

**Sposób obliczania oceny końcowej**

Oceny z ćwiczeń rachunkowych i projektowych oraz z egzaminu obliczane są następująco: procent uzyskanych punktów przeliczany jest na ocenę zgodnie z Regulaminem Studiów AGH.

Ocena końcowa (OK) obliczana jest na podstawie ocen z egzaminu (E) oraz ćwiczeń rachunkowych i projektowych (Cw) zgodnie z tabelą (z ćwiczeń rachunkowych i projektowych brana jest średnia ocen):

Cw \ E	3.0	3.5	4.0	4.5	5.0	
3.0	.....	3.0	3.0	3.0	3.5	4.0
3.5	.....	3.0	3.5	3.5	4.0	4.0
4.0	.....	3.0	3.5	4.0	4.0	4.5
4.5	.....	3.5	4.0	4.0	4.5	5.0
5.0	.....	4.0	4.0	4.5	5.0	5.0

Student ma prawo do nieusprawiedliwionych nieobecności na 20% zajęć z ćwiczeń rachunkowych i projektu. Większa liczba nieobecności skutkuje brakiem zaliczenia bez możliwości pisania kolokwium poprawkowych.

Sposób i tryb wyrównania zaległości powstałych wskutek nieobecności studenta na zajęciach: nie ma potrzeby wyrównywania zaległości spowodowanych nieobecnościami – ocena z ćwiczeń rachunkowych wystawiana jest na podstawie ocen cząstkowych uzyskanych na zajęciach na których student był obecny.

W przypadku ćwiczeń projektowych student jest zobowiązany do samodzielnego opracowania projektu w domu – do końca semestru należy dostarczyć prowadzącemu zajęcia wszystkie projekty.

### **Wymagania wstępne i dodatkowe**

Wiedza z analizy matematycznej i algebry na poziomie II roku studiów Fizyki Technicznej.  
Umiejętność programowania w języku C.

### **Zalecana literatura i pomoce naukowe**

R.N. Nowak, Statystyka dla fizyków, PWN, 2002.

W. Kryszicki i in., Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka matematyczna w zadaniach, tom I i II, PWN, 2005.

R.N. Nowak, Statystyka dla fizyków. Ćwiczenia, PWN, 2002.

R. Bartoszyński, M. Niewiadomska-Bugaj, Probability and Statistical Inference, Wiley, 2007.

K.M. Ramachandran, Ch.P. Tsokos, Mathematical Statistics with Applications, Academic Press, 2009.

S.G. Rabinovitch, Measurement Errors and Uncertainties, Springer, 2005.

### **Publikacje naukowe osób prowadzących zajęcia związane z tematyką modułu**

Nie podano dodatkowych publikacji

### **Informacje dodatkowe**

Brak

### **Nakład pracy studenta (bilans punktów ECTS)**

Forma aktywności studenta	Obciążenie studenta
Udział w wykładach	30 godz
Samodzielne studiowanie tematyki zajęć	23 godz
Udział w ćwiczeniach audytoryjnych	30 godz
Udział w ćwiczeniach projektowych	15 godz
Przygotowanie do zajęć	35 godz
Wykonanie projektu	14 godz
Egzamin lub kolokwium zaliczeniowe	3 godz
Sumaryczne obciążenie pracą studenta	150 godz
Punkty ECTS za moduł	5 ECTS