

**AGH**AGH UNIVERSITY OF SCIENCE  
AND TECHNOLOGY

Nazwa modułu: Matematyka 1

Rok akademicki: 2018/2019 Kod: JIS-1-101-s Punkty ECTS: 8

Wydział: Fizyki i Informatyki Stosowanej

Kierunek: Informatyka Stosowana Specjalność: —

Poziom studiów: Studia I stopnia Forma i tryb studiów: Stacjonarne

Język wykładowy: Polski Profil kształcenia: Ogólnoakademicki (A) Semestr: 1

Strona www: —

Osoba odpowiedzialna: dr Zwonek Małgorzata (zwonek@agh.edu.pl)

Osoby prowadzące: dr Zwonek Małgorzata (zwonek@agh.edu.pl)  
dr Adamus Elżbieta (esowa@agh.edu.pl)

### Krótką charakterystyka modułu

Student zapoznaje się podczas kursu z podstawami analizy matematycznej funkcji jednej zmiennej, geometrii analitycznej wielowymiarowej oraz rachunkiem różniczkowym funkcji wielu zmiennych.

### Opis efektów kształcenia dla modułu zajęć

Kod EKM	Student, który zaliczył moduł zajęć wie/umie/potrafi	Powiązania z EKK	Sposób weryfikacji efektów kształcenia (forma zaliczeń)
Wiedza			
M_W001	Student zna podstawowe pojęcia logiki, teorii mnogości i podstaw matematyki takie jak: spójniki logiczne, zbiór, operacje na zbiorach, iloczyn kartezjański, funkcja, bijekcja, złożenie funkcji, funkcja odwrotna, kresy, zasada indukcji matematycznej. Zna definicję ciągu. Rozumie pojęcie granicy ciągu i zna pojęcie punktu skupienia. Zna podstawowe twierdzenia z teorii ciągów liczbowych, np. twierdzenie o trzech ciągach, o granicy ciągu monotonicznego i ograniczonego. Student zna granice ważnych ciągów. Zna definicję liczby e. Student rozumie definicję granicy funkcji i ciągłości funkcji w punkcie. Student zna własności granicy funkcji w punkcie.	IS1A_W01	Aktywność na zajęciach, Egzamin, Studium przypadków

M_W002	<p>Student zna podstawowe twierdzenia i własności funkcji ciągłych określonych w dziedzinie rzeczywistej. Student zna podstawowe funkcje elementarne, ma wiedzę o ich ciągłości. Student zna i rozumie pojęcie pochodnej. Zna interpretację geometryczną pochodnej. Student zna podstawowe własności pochodnej (twierdzenia o działaniach na pochodnej, twierdzenia o pochodnej złożenia i pochodnej funkcji odwrotnej). Zna wzory na pochodne podstawowych funkcji. Student zna fundamentalne twierdzenia rachunku różniczkowego np. reguła de l'Hospitala, charakteryzacja monotoniczności, wzór Taylora, charakteryzacja wypukłości, warunki konieczne i wystarczające na istnienie ekstremów lokalnych. Student wie jak zastosować rachunek różniczkowy do badania przebiegu zmienności funkcji.</p>	IS1A_W01	Aktywność na zajęciach, Egzamin, Studium przypadków
M_W003	<p>Student zna pojęcie funkcji pierwotnej i całki nieoznaczonej. Zna podstawowe wzory na całkę nieoznaczoną. Zna metody całkowania przez części i podstawienie. Zna metody całkowania funkcji wymiernych, pewnych klas funkcji niewymiernych oraz funkcji trygonometrycznych. Student zna pojęcie całki Riemanna i jej interpretację i zastosowania geometryczne. Zna podstawowe własności i twierdzenia dotyczące całki Riemanna np. podstawowe twierdzenie rachunku całkowego. Student zna pojęcie całki niewłaściwej.</p>	IS1A_W01	Aktywność na zajęciach, Egzamin, Studium przypadków
M_W004	<p>Student zna pojęcie normy i iloczynu skalarnego w przestrzeni <math>R^n</math>. Zna definicję metryki euklidesowej. Zna nierówność Schwarz'a. Student zna podstawowe pojęcia geometrii analitycznej. Zna pojęcie funkcji ciągłej i granicy funkcji wielu zmiennych oraz ich podstawowe własności. Student zna pojęcie pochodnej kierunkowej, pochodnej cząstkowej oraz różniczki funkcji. Zna interpretację geometryczną pojęć z rachunku różniczkowego wielu zmiennych oraz związki między pochodnymi cząstkowymi, kierunkowymi i różniczką. Student zna własności pochodnych cząstkowych i różniczek wyższych rzędów. Zna warunki konieczne i wystarczające istnienia ekstremów lokalnych funkcji wielu zmiennych. Zna podstawowe własności ekstremów warunkowych. Zna mnożniki Lagrange'a.</p>	IS1A_W01	Aktywność na zajęciach, Egzamin, Studium przypadków
Umiejętności			
M_U001	<p>Student umie sprawdzić czy zdanie logiczne jest tautologią. Umie znaleźć naturalną dziedzinę funkcji. Potrafi zastosować zasadę indukcji w zadaniach. Umie znaleźć wzór na funkcję odwrotną. Umie zastosować operacje mnogościowe takie jak suma, przecięcie, iloczyn kartezjański. Student umie policzyć z definicji granice prostych ciągów. Umie znaleźć granice pewnych typów ciągów.</p>	IS1A_U05, IS1A_U01	Aktywność na zajęciach, Kolokwium, Wykonanie ćwiczeń

M_U002	Student umie policzyć granicę funkcji w punkcie i potrafi określić ciągłość funkcji w punkcie. Student umie wyciągnąć wnioski z podstawowych twierdzeń i własności funkcji ciągłych określonych w dziedzinie rzeczywistej. Student umie sprawdzić z definicji różniczkowalność funkcji w punkcie. Student umie obliczyć pochodne funkcji danych za pomocą operacji elementarnych. Student potrafi w oparciu o wiedzę z zakresu rachunku różniczkowego narysować przebieg zmienności funkcji, umie określić ekstrema lokalne, przedziały monotoniczności, punkty przegięcia i przedziały wypukłości. Umie zastosować regułę de' l'Hospitala do obliczania granic funkcji.	IS1A_U05, IS1A_U01	Aktywność na zajęciach, Kolokwium, Wykonanie ćwiczeń
M_U003	Student potrafi obliczyć pierwotne funkcji stosując całkowanie przez podstawienie i części. Stosując poznane metody umie znaleźć pierwotne funkcji wymiernych, trygonometrycznych i niektórych niewymiernych. Umie zastosować metody rachunku całkowego do znalezienia pól figur, długości krzywych oraz objętości i pól powierzchni bocznych brył obrotowych.	IS1A_U05, IS1A_U01	Aktywność na zajęciach, Kolokwium, Wykonanie ćwiczeń
M_U004	Student potrafi znaleźć odległość punktów w $R^n$ , umie zapisać na kilka sposobów proste i płaszczyzny w $R^3$ . Student potrafi sprawdzić istnienie granicy funkcji wielu zmiennych oraz jej ciągłość. Umie znaleźć efektywnie wzory na pochodne cząstkowe. Potrafi zastosować warunki konieczne i wystarczające istnienia ekstremum lokalnego do znalezienia ekstremów lokalnych funkcji wielu zmiennych. Umie znaleźć ekstrema warunkowe korzystając min. z mnożników Lagrange'a. Umie znaleźć wartości największe i najmniejsze funkcji zdefiniowanych na zbiorach domkniętych i ograniczonych.	IS1A_U05, IS1A_U01	Aktywność na zajęciach, Kolokwium, Wykonanie ćwiczeń
Kompetencje społeczne			
M_K001	Student potrafi współpracować w zespole rozwiązującym problemy rachunkowe. Potrafi wyszukać w literaturze i internecie wiadomości dotyczące matematyki. Umie zastosować je praktycznie i uzupełnić swą wiedzę korzystając ewentualnie z pomocy prowadzącego zajęcia (konsultacje).	IS1A_K01	Udział w dyskusji, Wykonanie ćwiczeń
M_K002	Student angażuje się w dyskusję w grupie, jak również z prowadzącym; potrafi zastosować metody matematyczne w innych dziedzinach wiedzy.	IS1A_K01	Udział w dyskusji, Wykonanie ćwiczeń

## Matryca efektów kształcenia w odniesieniu do form zajęć

Kod EKM	Student, który zaliczył moduł zajęć wie/umie/potrafi	Forma zajęć										
		Wykład	Ćwiczenia audytoryjne	Ćwiczenia laboratoryjne	Ćwiczenia projektowe	Konwersatorium	Zajęcia seminaryjne	Zajęcia praktyczne	Zajęcia terenowe	Zajęcia warsztatowe	Inne	E-learning

Wiedza												
M_W001	<p>Student zna podstawowe pojęcia logiki, teorii mnogości i podstaw matematyki takie jak: spójniki logiczne, zbiór, operacje na zbiorach, iloczyn kartezjański, funkcja, bijekcja, złożenie funkcji, funkcja odwrotna, kresy, zasada indukcji matematycznej. Zna definicję ciągu. Rozumie pojęcie granicy ciągu i zna pojęcie punktu skupienia. Zna podstawowe twierdzenia z teorii ciągów liczbowych, np. twierdzenie o trzech ciągach, o granicy ciągu monotonicznego i ograniczonego. Student zna granice ważnych ciągów. Zna definicję liczby e. Student rozumie definicje granicy funkcji i ciągłości funkcji w punkcie. Student zna własności granicy funkcji w punkcie.</p>	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-
M_W002	<p>Student zna podstawowe twierdzenia i własności funkcji ciągłych określonych w dziedzinie rzeczywistej. Student zna podstawowe funkcje elementarne, ma wiedzę o ich ciągłości. Student zna i rozumie pojęcie pochodnej. Zna interpretację geometryczną pochodnej. Student zna podstawowe własności pochodnej (twierdzenia o działaniach na pochodnej, twierdzenia o pochodnej złożenia i pochodnej funkcji odwrotnej). Zna wzory na pochodne podstawowych funkcji. Student zna fundamentalne twierdzenia rachunku różniczkowego np. reguła de l'Hospitala, charakteryzacja monotoniczności, wzór Taylora, charakteryzacja wypukłości, warunki konieczne i wystarczające na istnienie ekstremów lokalnych. Student wie jak zastoować rachunek różniczkowy do badania przebiegu zmienności funkcji.</p>	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-

M_W003	Student zna pojęcie funkcji pierwotnej i całki nieoznaczonej. Zna podstawowe wzory na całkę nieoznaczoną. Zna metody całkowania przez części i podstawienie. Zna metody całkowania funkcji wymiernych, pewnych klas funkcji niewymiernych oraz funkcji trygonometrycznych. Student zna pojęcie całki Riemanna i jej interpretację i zastosowania geometryczne. Zna podstawowe własności i twierdzenia dotyczące całki Riemanna np. podstawowe twierdzenie rachunku całkowego. Student zna pojęcie całki niewłaściwej.	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-
M_W004	Student zna pojęcie normy i iloczynu skalarnego w przestrzeni $R^n$ . Zna definicję metryki euklidesowej. Zna nierówność Schwarz'a. Student zna podstawowe pojęcia geometrii analitycznej. Zna pojęcie funkcji ciągłej i granicy funkcji wielu zmiennych oraz ich podstawowe własności. Student zna pojęcie pochodnej kierunkowej, pochodnej cząstkowej oraz różniczki funkcji. Zna interpretację geometryczną pojęć z rachunku różniczkowego wielu zmiennych oraz związku między pochodnymi cząstkowymi, kierunkowymi i różniczką. Student zna własności pochodnych cząstkowych i różniczek wyższych rzędów. Zna warunki konieczne i wystarczające istnienia ekstremów lokalnych funkcji wielu zmiennych. Zna podstawowe własności ekstremów warunkowych. Zna mnożniki Lagrange'a.	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Umiejętności												

M_U001	Student umie sprawdzić czy zdanie logiczne jest tautologią. Umie znaleźć naturalną dziedzinę funkcji. Potrafi zastosować zasadę indukcji w zadaniach. Umie znaleźć wzór na funkcję odwrotną. Umie zastosować operacje mnogościowe takie jak suma, przecięcie, iloczyn kartezjański. Student umie policzyć z definicji granice prostych ciągów. Umie znaleźć granice pewnych typów ciągów.	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-
M_U002	Student umie policzyć granicę funkcji w punkcie i potrafi określić ciągłość funkcji w punkcie. Student umie wyciągnąć wnioski z podstawowych twierdzeń i własności funkcji ciągłych określonych w dziedzinie rzeczywistej. Student umie sprawdzić z definicji różniczkowalność funkcji w punkcie. Student umie obliczyć pochodne funkcji danych za pomocą operacji elementarnych. Student potrafi w oparciu o wiedzę z zakresu rachunku różniczkowego narysować przebieg zmienności funkcji, umie określić ekstrema lokalne, przedziały monotoniczności, punkty przegięcia i przedziały wypukłości. Umie zastosować regułę de' l'Hospitala do obliczania granic funkcji.	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-
M_U003	Student potrafi obliczyć pierwotne funkcji stosując całkowanie przez podstawienie i części. Stosując poznane metody umie znaleźć pierwotne funkcji wymiernych, trygonometrycznych i niektórych niewymiernych. Umie zastosować metody rachunku całkowego do znalezienia pól figur, długości krzywych oraz objętości i pól powierzchni bocznych brył obrotowych.	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-

M_U004	Student potrafi znaleźć odległość punktów w $R^n$ , umie zapisać na kilka sposobów proste i płaszczyzny w $R^3$ . Student potrafi sprawdzić istnienie granicy funkcji wielu zmiennych oraz jej ciągłość. Umie znaleźć efektywnie wzory na pochodne cząstkowe. Potrafi zastosować warunki konieczne i wystarczające istnienia ekstremum lokalnego do znalezienia ekstremów lokalnych funkcji wielu zmiennych. Umie znaleźć ekstrema warunkowe korzystając min. z mnożników Lagrange'a. Umie znaleźć wartości największe i najmniejsze funkcji zdefiniowanych na zbiorach domkniętych i ograniczonych.	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Kompetencje społeczne												
M_K001	Student potrafi współpracować w zespole rozwiązującym problemy rachunkowe. Potrafi wyszukać w literaturze i internecie wiadomości dotyczące matematyki. Umie zastosować je praktycznie i uzupełnić swą wiedzę korzystając ewentualnie z pomocy prowadzącego zajęcia (konsultacje).	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-
M_K002	Student angażuje się w dyskusję w grupie, jak również z prowadzącym; potrafi zastosować metody matematyczne w innych dziedzinach wiedzy.	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-

## Treść modułu zajęć (program wykładów i pozostałych zajęć)

### Wykład

1. Podstawy logiki, teorii mnogości, podstawowe własności prostej rzeczywistej – 3 godz.
2. Teoria ciągów liczbowych – 5 godz.
3. Topologia  $R$ . Granica funkcji i ciągłość funkcji – 5 godz
4. Podstawy rachunku różniczkowego jednej zmiennej – 4 godz.
5. Fundamentalne twierdzenia rachunku różniczkowego i jego zastosowania – 5 godz.
6. Podstawy rachunku całkowego: definicja, wzory, metody obliczania pierwotnych – 4 godz.
7. Teoria całki Riemanna – 3 godz.
8. Zastosowania rachunku całkowego – 2 godz.
9. Metryczne własności  $R^n$  oraz podstawy geometrii analitycznej – 5 godz.

10. Granica i ciągłość funkcji wielu zmiennych – 4 godz.

11. Rachunek różniczkowy wielu zmiennych; pochodne cząstkowe, kierunkowe i różniczka. Warunek konieczny i wystarczający istnienia ekstremum funkcji wielu zmiennych – 5 godz.

### **Ćwiczenia audytoryjne**

Podstawy logiki, teorii mnogości, podstawowe własności prostej rzeczywistej – 6 godz.

Efekty kształcenia:

- student potrafi sprawdzić prawdziwość zdania logicznego, umie zinterpretować geometrycznie zbiory dane za pomocą działań na zbiorach (np. przecięcie, suma, iloczyn kartezjański), umie zanalizować własności teorio-mnogościowe zadanej funkcji, sprawdzić bijektywność odwzorowania, znaleźć wzór na funkcję odwrotną.

Ciągi liczbowe – 6 godz.

Efekty kształcenia:

- student umie obliczyć z definicji granice prostych ciągów, umie zbadać zbieżność i umie obliczyć granice pewnych klas ciągów (np. ciągi dane za pomocą funkcji wymiernych oraz niektórych niewymiernych). Potrafi zastosować wybrane twierdzenia teorii ciągów (np. twierdzenie o trzech ciągach) do znalezienia granic ciągów.

Ciągłość i różniczowalność funkcji – 12 godz.

Efekty kształcenia:

- student umie sprawdzić istnienie granicy funkcji w punkcie i umie ją obliczyć oraz sprawdzić ciągłość funkcji w punkcie. Umie sprawdzić z definicji różniczkowalność funkcji. Umie obliczać pochodne funkcji danych jawnym wzorem wykorzystując wzory na zachowanie się pochodnych przy odwzorowaniach arytmetycznych oraz złożeniu funkcji. Potrafi zastosować znalezione przez siebie własności pochodnej funkcji do zbadania przebiegu zmienności funkcji, a następnie potrafi naszkicować wykres funkcji. Umie zastosować regułę de l'Hospitala do znalezienia granicy funkcji.

Rachunek całkowy funkcji jednej zmiennej – 10 godz.

Efekty kształcenia:

- student potrafi obliczyć pierwotne funkcji stosując całkowanie przez podstawienie i części. Stosując poznane metody umie znaleźć pierwotne funkcji wymiernych, trygonometrycznych i niektórych niewymiernych. Umie zastosować metody rachunku całkowego do znalezienia pól figur, długości krzywych oraz objętości i pól powierzchni bocznych brył obrotowych.

Podstawowe własności metryczne, geometryczne i analityczne  $\mathbb{R}^n$  – 6 godz.

Efekty kształcenia:

- student potrafi znaleźć odległość punktów w  $\mathbb{R}^n$ , umie zapisać na kilka sposobów proste i płaszczyzny w  $\mathbb{R}^3$ . Umie obliczyć odległość punktu od pewnych brył.

Granica, ciągłość i różniczkowalność funkcji wielu zmiennych – 5 godz.

Efekty kształcenia:

- student potrafi sprawdzić istnienie granicy funkcji wielu zmiennych oraz jej ciągłość. Potrafi z definicji sprawdzić istnienie pochodnej kierunkowej i cząstkowej oraz potrafi sprawdzić istnienie różniczki funkcji w punkcie. Umie znaleźć efektywnie wzory na pochodne cząstkowe. Potrafi zastosować warunki konieczne i wystarczające istnienia ekstremum lokalnego do znalezienia ekstremów lokalnych funkcji wielu zmiennych. Umie znaleźć ekstrema warunkowe korzystając min. z mnożników Lagrange'a. Umie znaleźć wartości największe i najmniejsze funkcji zdefiniowanych na zbiorach domkniętych i ograniczonych.



**Sposób obliczania oceny końcowej**

Oceny z ćwiczeń (Ć) oraz z egzaminu (E) obliczane są następująco: procent uzyskanych punktów przeliczany jest na ocenę zgodnie z Regulaminem Studiów AGH. Aktywność na zajęciach oceniana jest jako punkty dodatkowe.

Ocena końcowa (OK) obliczana jest jako średnia ważona ocen z egzaminu (E) i z ćwiczeń (Ć):

$$OK = 0,5 \times E + 0,5 \times \acute{C}$$

**Wymagania wstępne i dodatkowe**

Znajomość matematyki na poziomie szkoły średniej.

**Zalecana literatura i pomoce naukowe**

1. Wstęp do analizy i algebry, Teoria, przykłady, zadania; Marian Gewert, Zbigniew Skoczylas
2. Analiza matematyczna 1, Definicje, twierdzenia, wzory; Marian Gewert, Zbigniew Skoczylas
3. Analiza matematyczna 1, Przykłady i zadania; Marian Gewert, Zbigniew skoczylas

**Publikacje naukowe osób prowadzących zajęcia związane z tematyką modułu**

Nie podano dodatkowych publikacji

**Informacje dodatkowe**

Sposób i tryb wyrównania zaległości powstałych wskutek nieobecności student uzgadnia bezpośrednio z osobą prowadzącą odpowiednie zajęcia

**Nakład pracy studenta (bilans punktów ECTS)**

Forma aktywności studenta	Obciążenie studenta
Udział w wykładach	45 godz
Samodzielne studiowanie tematyki zajęć	40 godz
Udział w ćwiczeniach audytoryjnych	60 godz
Przygotowanie do zajęć	90 godz
Egzamin lub kolokwium zaliczeniowe	3 godz
Sumaryczne obciążenie pracą studenta	238 godz
Punkty ECTS za moduł	8 ECTS