

**AGH**AGH UNIVERSITY OF SCIENCE  
AND TECHNOLOGY

Module name: **Combinatorics on words**

Academic year: **2019/2020** Code: **AMAT-2-006-MU-s** ECTS credits: **6**

Faculty of: **Applied Mathematics**

Field of study: **Mathematics** Specialty: **Insurance Mathematics**

Study level: **Second-cycle studies** Form and type of study: **Full-time studies**

Lecture language: **Polski i Angielski** Profile of education: **Academic (A)** Semester: **0**

Course homepage: **—**

Responsible teacher: **dr hab. Foryś Wit (foryswit@wms.mat.agh.edu.pl)**

## Module summary

Kombinatoryka na słowach.

## Description of learning outcomes for module

| MLO code                            | Student after module completion has the knowledge/ knows how to/is able to               | Connections with FLO   | Method of learning outcomes verification (form of completion) |
|-------------------------------------|--|--|---|
| Social competence: is able to       |  |  |   |
| M_K001                              | Potrafi samodzielnie i zespołowo pracować nad projektem                                  | MAT2A_K03  | Examination, Activity during classes                          |
| M_K002                              | Potrafi samodzielnie wykorzystać znaną przez siebie literaturę                           | MAT2A_K06  | Examination, Activity during classes                          |
| Skills: he can                      |  |  |   |
| M_U001                              | Potrafi samodzielnie wykorzystać metody generowania słów okresowych i słów bez powtórzeń | MAT2A_W07, MAT2A_U16, MAT2A_W08                                  | Examination, Activity during classes                          |
| M_U002                              | Potrafi rozwiązać proste równanie na słowach   | MAT2A_U20, MAT2A_W09, MAT2A_U06, MAT2A_W07, MAT2A_W10, MAT2A_W08 | Test, Essay, Examination, Activity during classes             |
| Knowledge: he knows and understands |  |  |   |
| M_W001                              | Zna podstawowe pojęcia i problemy kombinatoryki na słowach                               | MAT2A_W09, MAT2A_W07, MAT2A_U16, MAT2A_W10, MAT2A_W08            | Examination, Activity during classes                          |

|        |   |   |                                      |
|--------|---|---|--------------------------------------|
| M_W002 | Zna problematykę słów bez powtórzeń, w szczególności kombinatoryczne własności słowa Thue-Morse'a i możliwości zastosowań | MAT2A_W09, MAT2A_W07, MAT2A_W10, MAT2A_W08                                  | Examination, Activity during classes |
| M_W003 | Zna problematykę słów okresowych, homomorfizmów generujących takie słowa i ich zastosowania                               | MAT2A_W09, MAT2A_W07, MAT2A_U13, MAT2A_U11, MAT2A_W10, MAT2A_W08            | Examination, Activity during classes |
| M_W004 | Zna podstawowe problemy wymiaru i ich zastosowania w kodowaniu  | MAT2A_W09, MAT2A_U06, MAT2A_W07, MAT2A_U18, MAT2A_U16, MAT2A_W10, MAT2A_W08 | Examination, Activity during classes |

## Number of hours for each form of classes

| Suma | Form of classes |                    |                    |                 |                      |                 |                   |                   |           |                               |          |
|------|-----------------|--------------------|--------------------|-----------------|----------------------|-----------------|-------------------|-------------------|-----------|-------------------------------|----------|
|      | Lectures        | Auditorium classes | Laboratory classes | Project classes | Conversation seminar | Seminar classes | Practical classes | Fieldwork classes | Workshops | Prace kontrolne i przejściowe | Lektorat |
| 60   | 30              | 30                 | 0                  | 0               | 0                    | 0               | 0                 | 0                 | 0         | 0                             | 0        |

## FLO matrix in relation to forms of classes

| MLO code                            | Student after module completion has the knowledge/ knows how to/is able to               | Form of classes |                    |                    |                 |                      |                 |                   |                   |           |                               |          |
|-------------------------------------|--|-----------------|--------------------|--------------------|-----------------|----------------------|-----------------|-------------------|-------------------|-----------|-------------------------------|----------|
|                                     |  | Lectures        | Auditorium classes | Laboratory classes | Project classes | Conversation seminar | Seminar classes | Practical classes | Fieldwork classes | Workshops | Prace kontrolne i przejściowe | Lektorat |
| Social competence: is able to       |  |                 |                    |                    |                 |                      |                 |                   |                   |           |                               |          |
| M_K001                              | Potrafi samodzielnie i zespołowo pracować nad projektem                                  | +               | +                  | -                  | -               | -                    | -               | -                 | -                 | -         | -                             | -        |
| M_K002                              | Potrafi samodzielnie wykorzystać znaną przez siebie literaturę                           | +               | +                  | -                  | -               | -                    | -               | -                 | -                 | -         | -                             | -        |
| Skills: he can                      |  |                 |                    |                    |                 |                      |                 |                   |                   |           |                               |          |
| M_U001                              | Potrafi samodzielnie wykorzystać metody generowania słów okresowych i słów bez powtórzeń | +               | +                  | -                  | -               | -                    | -               | -                 | -                 | -         | -                             | -        |
| M_U002                              | Potrafi rozwiązać proste równanie na słowach   | +               | +                  | -                  | -               | -                    | -               | -                 | -                 | -         | -                             | -        |
| Knowledge: he knows and understands |  |                 |                    |                    |                 |                      |                 |                   |                   |           |                               |          |
| M_W001                              | Zna podstawowe pojęcia i problemy kombinatoryki na słowach                               | +               | +                  | -                  | -               | -                    | -               | -                 | -                 | -         | -                             | -        |

|        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|--------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| M_W002 | Zna problematykę słów bez powtórzeń, w szczególności kombinatoryczne własności słowa Thue-Morse'a i możliwości zastosowań | + | + | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| M_W003 | Zna problematykę słów okresowych, homomorfizmów generujących takie słowa i ich zastosowania                               | + | + | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| M_W004 | Zna podstawowe problemy wymiaru i ich zastosowania w kodowaniu  | + | + | - | - | - | - | - | - | - | - | - |

## Student workload (ECTS credits balance)

| Student activity form                        | Student workload |
|--|------------------|
| Udział w zajęciach dydaktycznych/praktyka    | 60 h             |
| Preparation for classes                      | 33 h             |
| Realization of independently performed tasks | 50 h             |
| Examination or Final test                    | 2 h              |
| Contact hours                                | 5 h              |
| Summary student workload                     | 150 h            |
| Module ECTS credits                          | 6 ECTS           |

## Additional information

### Module content

#### Lectures

PL

1. Wolne półgrupy i monoidy, słowa, podpółgrupy i podmonoidy,
2. Wkw na wolny podmonoid, kodowanie - zastosowania
3. Sprzężenie, szeregi formalne słów
4. słowa bez kwadratu, słowa nieskończone bez powtórzeń - zastosowania
5. Słowo Thue-Morse'a; własności kombinatoryczne i inne - zastosowania
6. Homomorfizmy wolnych monoidów, iteracje, powtarzalność
7. Słowa okresowe, własności związane z okresowością - zastosowania
8. Problemy wymiaru - twierdzenie o defekcie - zastosowanie w problemach

kodowania

9. Równania na słowach

10. Twierdzenie o faktoryzacji (M.P.Schutzenberger)

EN

Combinatorics on words is a field that has grown separately within several branches of mathematics – for example finite group and/or semigroup theory, probability theory. It appears very frequently in theoretical computer science, especially dealing with formal languages, grammars and automata theory. The lecture is an attempt to present a unified treatment of the theory of combinatorics on words.

1.Free semigroups and free monoids, words; subsemigroups and submonoids

2.Free submonoids (subsemigroups); coding – applications

3.Conjugacy; formal series of words

4.square-free words, Infinite words with no repetition – applications

5.Infinite Thue-Morse word; combinatorial properties – applications

6.Morphisms of free monoids; iteration of a morphism; repetitive morphisms

7.Periodic words, properties connected with periodicity – applications

8.Dimension problem – Defect Theorem – application in coding problems

9.Equations on words

10.Critical Factorization Theorem (M.P.Schutzenberger)

#### **Auditorium classes**

-/-

#### **Teaching methods and techniques:**

Lectures: Treści prezentowane na wykładzie są przekazywane w formie prezentacji multimedialnej w połączeniu z klasycznym wykładem tablicowym wzbogaconymi o pokazy odnoszące się do prezentowanych zagadnień.

Auditorium classes: Podczas zajęć audytoryjnych studenci na tablicy rozwiązują zadane wcześniej problemy. Prowadzący na bieżąco dokonuje stosowanych wyjaśnień i moderuje dyskusję z grupą nad danym problemem.

#### **Warunki i sposób zaliczenia poszczególnych form zajęć, w tym zasady zaliczeń poprawkowych, a także warunki dopuszczenia do egzaminu:**

-

## **Zasady udziału w poszczególnych zajęciach, ze wskazaniem, czy obecność studenta na zajęciach jest obowiązkowa:**

Lectures:

- Attendance is mandatory: No  
- Participation rules in classes: Studenci uczestniczą w zajęciach poznając kolejne treści nauczania zgodnie z sylabusem przedmiotu. Studenci winni na bieżąco zadawać pytania i wyjaśniać wątpliwości. Rejestracja audiowizualna wykładu wymaga zgody prowadzącego.

Auditorium classes:

- Attendance is mandatory: Yes  
- Participation rules in classes: Studenci przystępując do ćwiczeń są zobowiązani do przygotowania się w zakresie wskazanym każdorazowo przez prowadzącego (np. w formie zestawów zadań). Ocena pracy studenta może bazować na wypowiedziach ustnych lub pisemnych w formie kolokwium, co zgodnie z regulaminem studiów AGH przekłada się na ocenę końcową z tej formy zajęć.

## **Method of calculating the final grade**

Ocena końcowa (OK) jest oceną biorącą pod uwagę ocenę z ćwiczeń i egzaminu pisemnego

## **Sposób i tryb wyrównywania zaległości powstałych wskutek nieobecności studenta na zajęciach:**

Student powinien zgłosić się do prowadzącego w celu ustalenia indywidualnego sposobu nadrobienia zaległości.

## **Prerequisites and additional requirements**

licencjat

## **Recommended literature and teaching resources**

- 1.M. Lothaire, Combinatorics on words, Cambridge Univ.Press, 1997
- 2.J.Karhumäki, Combinatorics on words, Univ.Turku, preprint, 2015

## **Scientific publications of module course instructors related to the topic of the module**

- W.Foryś, Asymptotic behaviour of bi-infinite words, RAIRO - Theoretical Informatics and Applications, 38, 2004, pp. 27-48
- W.Foryś, T.Krawczyk, An algorithmic approach to the problem of a semiretract base, Theoretical Computer Science, vol.369, 2006, pp.314-322
- W.Foryś, Retractions and retracts of free topological monoids, Intern.J. Comp. Mathematics vol.83, 2006 pp. 21-26
- M. Foryś, On the Growth Rate of Words in Generalized Thue-Morse Sequence, Int. J. Comp. Math., 91(8) (2014), 1627-1634
- M. Foryś, On sequence entropy of Thue-Morse shift, Schedae Inf., Vol.22, pp.19-25, 2013

## **Additional information**

Przedmiot może być prowadzony w języku angielskim.