

**AGH**AGH UNIVERSITY OF SCIENCE
AND TECHNOLOGY

Module name: Variational Calculus

Academic year: 2019/2020 Code: AMAT-2-010-MU-s ECTS credits: 5

Faculty of: Applied Mathematics

Field of study: Mathematics Specialty: Insurance Mathematics

Study level: Second-cycle studies Form and type of study: Full-time studies

Lecture language: English Profile of education: Academic (A) Semester: 0

Course homepage: —

Responsible teacher: dr hab. Kuźel Sergiusz (kuzhel@agh.edu.pl)

Module summary

Zagadnienia ekstremalne analizy elementarnej oraz podstawowe pojęcia analizy funkcjonalnej związane z rachunkiem wariacyjnym. Istnienia ekstremum dla funkcjonałów. Metody rachunku wariacyjnego.

Description of learning outcomes for module

MLO code	Student after module completion has the knowledge/ knows how to/is able to	Connections with FLO	Method of learning outcomes verification (form of completion)
Social competence: is able to			
M_K001	Potafi precyzyjnie formułować pytania, służące pogłębieniu własnego zrozumienia danego tematu lub odnalezieniu brakujących elementów rozumowania	MAT2A_K02, MAT2A_U22	Activity during classes, Oral answer
Skills: he can			
M_U001	Rozumie matematyczne podstawy analizy algorytmów i procesów obliczeniowych	MAT2A_U19, MAT2A_U22	Activity during classes, Examination, Test, Oral answer
M_U002	Potrafi stosować metody algebraiczne w rozwiązywaniu zagadnień matematycznych	MAT2A_U10	Activity during classes, Examination, Test, Oral answer
Knowledge: he knows and understands			
M_W001	Zna zaawansowane techniki obliczeniowe, wspomagające pracę matematyka i rozumie ich ograniczenia	MAT2A_W08	Activity during classes, Examination, Test, Oral answer

M_W002	Zna metody numeryczne stosowane do znajdowania rozwiązań zagadnień matematycznych	MAT2A_W10	Activity during classes, Examination, Test, Oral answer
--------	---	-----------	---

Number of hours for each form of classes

Suma	Form of classes										
	Lectures	Auditorium classes	Laboratory classes	Project classes	Conversation seminar	Seminar classes	Practical classes	Fieldwork classes	Workshops	Prace kontrolne i przejściowe	Lektorat
30	30	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

FLO matrix in relation to forms of classes

MLO code	Student after module completion has the knowledge/ knows how to/is able to	Form of classes										
		Lectures	Auditorium classes	Laboratory classes	Project classes	Conversation seminar	Seminar classes	Practical classes	Fieldwork classes	Workshops	Prace kontrolne i przejściowe	Lektorat
Social competence: is able to												
M_K001	Potafi precyzyjnie formułować pytania, służące pogłębieniu własnego zrozumienia danego tematu lub odnalezieniu brakujących elementów rozumowania	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Skills: he can												
M_U001	Rozumie matematyczne podstawy analizy algorytmów i procesów obliczeniowych	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
M_U002	Potrafi stosować metody algebraiczne w rozwiązywaniu zagadnień matematycznych	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Knowledge: he knows and understands												
M_W001	Zna zaawansowane techniki obliczeniowe, wspomagające pracę matematyka i rozumie ich ograniczenia	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
M_W002	Zna metody numeryczne stosowane do znajdowania rozwiązań zagadnień matematycznych	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

Student workload (ECTS credits balance)

Student activity form	Student workload
Udział w zajęciach dydaktycznych/praktyka	30 h
Realization of independently performed tasks	88 h
Examination or Final test	2 h
Contact hours	5 h
Summary student workload	125 h
Module ECTS credits	5 ECTS

Additional information

Module content

Lectures

1. Wiadomości wstępne. Przegląd zagadnień ekstremalnych analizy elementarnej oraz podstawowe pojęcia analizy funkcjonalnej związane z rachunkiem wariacyjnym.
2. Najprostsze zagadnienie rachunku wariacyjnego. Różniczka funkcjonału. Warunki konieczne istnienia ekstremum. Równanie Eulera. Przypadek wielu zmiennych. Pochodna wariacyjna. Niezmienniczość równań Eulera.
3. Uogólnienia najprostszego zagadnienia rachunku wariacyjnego na przypadek przestrzeni Banacha i Hilberta.
4. Zagadnienia parametryczne. Zagadnienia wariacyjne w postaci parametrycznej. Funkcjonały zależne od pochodnych wyższych rzędów. Ekstremum warunkowe.
5. Wzór podstawowy dla wariacji funkcjonału. Ogólny wzór dla wariacji funkcjonału. Zadanie z końcami ruchomymi. Przypadek ekstremal niegładkich. Warunki Weierstrassa-Erdmanna.
6. Warunki dostateczne istnienia ekstremum. Funkcjonały kwadratowe. Druga wariacja funkcjonału. Wzór dla drugiej wariacji. Warunki Legendre'a. Warunki dostateczne istnienia ekstremum słabego.
7. Wprowadzenie w teorię ekstremum silnego. Równanie Hamiltona-Jacobiego. Twierdzenie Jacobiego.
8. Wybrane zastosowania. Zasada Hamiltona i ciągłe układy mechaniczne. Równania drgań poprzecznych struny, membrany, pręta i płyty.
9. Podstawy wariacyjnej teorii potencjału. Zasady Dirichleta i Thomsona.
10. Metody wariacyjne w fizyce współczesnej: wariacyjne wyprowadzenie równań Schrödingera.
11. Informacja o bezpośrednich metodach rachunku wariacyjnego. Metoda energetyczna. Funkcjonał metody energetycznej.
12. Metoda Ritza i metoda łamanych. Metody wariacyjne w zagadnieniu Sturm-Liouville'a. Zagadnienie wartości własnych. Metoda Rayleigha-Ritza.

Teaching methods and techniques:

Lectures: Treści prezentowane na wykładzie są przekazywane w formie prezentacji multimedialnej w połączeniu z klasycznym wykładem tablicowym wzbogaconymi o pokazy odnoszące się do

prezentowanych zagadnień.

Warunki i sposób zaliczenia poszczególnych form zajęć, w tym zasady zaliczeń poprawkowych, a także warunki dopuszczenia do egzaminu:

-

Zasady udziału w poszczególnych zajęciach, ze wskazaniem, czy obecność studenta na zajęciach jest obowiązkowa:

Lectures:

- Attendance is mandatory: Yes
- Participation rules in classes: Studenci uczestniczą w zajęciach poznając kolejne treści nauczania zgodnie z sylabusem przedmiotu. Studenci winni na bieżąco zadawać pytania i wyjaśniać wątpliwości. Rejestracja audiowizualna wykładu wymaga zgody prowadzącego.

Method of calculating the final grade

Ocenę końcową **OK** wyznacza się na podstawie oceny z egzaminu **OE**, $OK = OE$.

3. Ocena końcowa **OK** jest obliczana według algorytmu:

- Jeżeli $OE \geq 4.75$, to **OK** = 5.0 (bdb),
- jeżeli $4.75 > OE \geq 4.25$, to **OK** = 4.5 (db),
- jeżeli $4.25 > OE \geq 3.75$, to **OK** = 4.0 (db),
- jeżeli $3.75 > OE \geq 3.25$, to **OK** = 3.5 (dst),
- jeżeli $3.25 > OE \geq 3.00$, to **OK** = 3.0 (dst)

Sposób i tryb wyrównywania zaległości powstałych wskutek nieobecności studenta na zajęciach:

Student powinien zgłosić się do prowadzącego w celu ustalenia indywidualnego sposobu nadrobienia zaległości.

Prerequisites and additional requirements

-

Recommended literature and teaching resources

1. I. M. Gelfand, S. W. Fomin, Rachunek wariacyjny, Warszawa, PWN, 1972.
2. S. G. Michlin, C. L. Smolicki, Metody przybliżone rozwiązywania równań różniczkowych i całkowych, Warszawa, PWN, 1970.
3. K. Tatarkiewicz, Rachunek wariacyjny, cz. 1,2, Warszawa, PWN, 1970.
4. Bruce van Brunt, The Calculus of Variations, Universitext, Springer-Verlag, New-York, Berlin, Heideberg, Tokio, 2004.

Scientific publications of module course instructors related to the topic of the module

1) Hassi, Seppo; Kuzhel, Sergii; On J-self-adjoint operators with stable C-symmetries; Proc. R. Soc. Edinb., Sect. A, Math. 143, No. 1, 141-167 (2013).

2) Bender, Carl M.; Kuzhel, Sergii; Unbounded \square -symmetries and their nonuniqueness; J. Phys. A, Math. Theor. 45, No. 44, Article ID 444005, 14 p. (2012).

3) Albeverio, Sergio; Kuzhel, Sergii; PT-symmetric operators in quantum mechanics: Krein spaces methods // W: Non-selfadjoint operators in quantum physics : mathematical aspects / eds. Fabio Bagarello, [et al.]. — Hoboken : John Wiley & Sons, Inc., cop. 2015. — ISBN: 978-1-118-85528-7. — S. 293-343.

4) Scattering theory for 0-perturbed $\rho\tau$ -symmetric operators ;A.I. Hrod, S.O. KUZHEL; Ukrainian Mathematical Journal - vol. 65 no. 8, s. 1180-1202 (2014).

5) Schrödinger operators with non-symmetric zero-range potentials; A. Grod, S. KUZHEL ; Methods of Functional Analysis and Topology - vol. 20 no. 1, s. 34-49 (2014).

Additional information

None