



Module name:	Properties of solutions of certain families of nonlinear evolutionary models				
Academic year:	2019/2020	Code:	ZSDA-3-0249-s	ECTS credits:	4
Faculty of:	Szkola Doktorska AGH				
Field of study:	Szkola Doktorska AGH	Specialty:	—		
Study level:	Third-cycle studies	Form and type of study:	Full-time studies		
Lecture language:	Polski i Angielski	Profile of education:	Academic (A)	Semester:	0
Course homepage:	<a href="http://wms.mat.agh.edu.pl/~vladimir/">http://wms.mat.agh.edu.pl/~vladimir/</a>				
Responsible teacher:	dr hab. Vladimirov Vsevolod (vladimir@mat.agh.edu.pl)				

### Module summary

Modele nieliniowe zjawisk transportu. Modele propagacji fali w ośrodkach nieliniowych oraz nielokalnych. Badania pewnych reprezentacyjnych klas rozwiązań za pomocą metod symetrii oraz analizy jakościowej. Wykorzystanie narzędzi analitycznych i jakościowych do znalezienia typowych rozwiązań dla pewnych klas nieliniowych równań falowych. Badania stabilności określonych typów rozwiązań zlokalizowanych ważnych z punktu widzenia zastosowań.

### Description of learning outcomes for module

MLO code	Student after module completion has the knowledge/ knows how to/is able to	Connections with FLO	Method of learning outcomes verification (form of completion)
Social competence: is able to			
M_K001	Umie stosować teorię wymiarów i podobieństwa oraz narzędzia analizy jakościowej do poszukiwania rozwiązań o zadanych własnościach, spełniających równania ewolucyjne. Uświadamia rolę uproszczonych modeli przy badaniu złożonych zjawisk nieliniowych.	SDA3A_K01, SDA3A_W03, SDA3A_W01, SDA3A_U02, SDA3A_U01	Examination, Activity during classes
Skills: he can			

M_U001	Zna podstawy teorii wymiarów i podobieństwa. Wie co to są zagadnienia samopodobne. Rozumie rolę zagadnień samopodobnych w nieliniowych modelach ewolucyjnych. Rozumie rolę zasady maksimum w teorii równań parabolicznych	SDA3A_K01, SDA3A_W03, SDA3A_W01, SDA3A_U03, SDA3A_U02, SDA3A_U01, SDA3A_U04	Oral answer, Test
M_U002	Student posiada wiedzę na temat istnienia i warunków powstania klasycznych (solitony, kinki, fale knoidalne i t. p.) oraz uogólnionych (kompaktory, peakony, fale uderzeniowe i t. p.) rozwiązań falowych, charakterystycznych dla nieliniowych równań ewolucyjnych. Zna on różne definicje stabilności rozwiązań typu fali biegnącej i uświadamia rolę rozwiązań stabilnych w opisie zjawisk nieliniowych	SDA3A_U03, SDA3A_U02, SDA3A_U01	Examination, Activity during classes
Knowledge: he knows and understands			
M_W001	Student umie stosować teorię wymiarów i podobieństwa oraz narzędzia analizy jakościowej do poszukiwania fizycznie treściwych rozwiązań nieliniowych równań ewolucyjnych. Wie jak wykorzystuje się zasada maksimum w nieliniowych problemach parabolicznych	SDA3A_W03, SDA3A_W02, SDA3A_W01	

## Number of hours for each form of classes

Suma	Form of classes										
	Lectures	Auditorium classes	Laboratory classes	Project classes	Conversation seminar	Seminar classes	Practical classes	Fieldwork classes	Workshops	Prace kontrolne i przejściowe	Lektorat
60	30	30	0	0	0	0	0	0	0	0	0

## FLO matrix in relation to forms of classes

MLO code	Student after module completion has the knowledge/ knows how to/is able to	Form of classes										
		Lectures	Auditorium classes	Laboratory classes	Project classes	Conversation seminar	Seminar classes	Practical classes	Fieldwork classes	Workshops	Prace kontrolne i przejściowe	Lektorat
Social competence: is able to												

M_K001	Umie stosować teorię wymiarów i podobieństwa oraz narzędzia analizy jakościowej do poszukiwania rozwiązań o zadanych własnościach, spełniających równania ewolucyjne. Uświadamia rolę uproszczonych modeli przy badaniu złożonych zjawisk nieliniowych.	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Skills: he can												
M_U001	Zna podstawy teorii wymiarów i podobieństwa. Wie co to są zagadnienia samopodobne. Rozumie rolę zagadnień samopodobnych w nieliniowych modelach ewolucyjnych. Rozumie rolę zasady maksimum w teorii równań parabolicznych	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-
M_U002	Student posiada wiedzę na temat istnienia i warunków powstania klasycznych (solitony, kinki, fale knoidalne i t. p.) oraz uogólnionych (kompaktyny, peakony, fale uderzeniowe i t. p.) rozwiązań falowych, charakterystycznych dla nieliniowych równań ewolucyjnych. Zna on różne definicje stabilności rozwiązań typu fali biegnącej i uświadamia rolę rozwiązań stabilnych w opisie zjawisk nieliniowych	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Knowledge: he knows and understands												
M_W001	Student umie stosować teorię wymiarów i podobieństwa oraz narzędzia analizy jakościowej do poszukiwania fizycznie treściwych rozwiązań nieliniowych równań ewolucyjnych. Wie jak wykorzystuje się zasada maksimum w nieliniowych problemach parabolicznych	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-

## Student workload (ECTS credits balance)

Student activity form	Student workload
Udział w zajęciach dydaktycznych/praktyka	60 h
Preparation for classes	30 h
Realization of independently performed tasks	60 h
Examination or Final test	2 h
Summary student workload	152 h
Module ECTS credits	4 ECTS

## Additional information

### Module content

#### Lectures

##### Właściwości rozwiązań pewnych rodzin modeli ewolucyjnych

1. Teoria wymiarów i podobieństwa. Twierdzenie Pi Buckinghama. Przykłady zastosowań w klasycznej teorii wymiarów.
2. Równania transportu. Postać zlinearyzowana: ogólne rozwiązanie zagadnienia początkowego.
3. Rozwiązania samopodobne równań transportu: wybuch cieplny; efekt lokalizacji energii; rozwiązania typu blow-up.
4. Zasada maksimum i twierdzenia porównawcze. Rola rozwiązań samopodobnych.
5. Podstawowe równania dynamiki cieczy i gazu: układ Eulera oraz układ Naviera-Stokesa
6. Submodele: (a) równanie falowe i jego rozwiązanie ogólne. Liniowa zasada superpozycji; (b) równanie Hopfa. Tworzenie się fal uderzeniowych; © równanie Burgersa. Rozwiązanie typu fali biegnącej.
7. Zupełna całkowalność równania Burgersa. Związek z równaniem Hopfa oraz z równaniem transportu.
8. Zagadnienie Fermiego-Pasty-Ulama oraz wyprowadzenie równania Kortewega-de Vriesa (KdV). Rozwiązania typu fali biegnącej. Solitony i ich własności.
9. Metoda Hiroty. Rozwiązania wielosolitonowe równania KdV. Nieliniowa zasada superpozycji.
10. Uogólnienia równania KdV. Modele posiadające rozwiązania zlokalizowane (kinki, peakony, kaspony, kompaktony).
11. Postać wariacyjna równań typu KdV. Stabilność rozwiązań typu fali biegnącej.
12. Stabilność spektralna rozwiązań typu fali biegnącej. Oscylacyjne twierdzenie Sturm.
13. Niestabilność rozwiązań solitonowych równań typu konwekcji-reakcji-dyfuzji.
14. Kryteria stabilności rozwiązań typu kinków równań konwekcji-reakcji-dyfuzji.

#### Auditorium classes

##### Właściwości rozwiązań pewnych rodzin rozwiązań modeli ewolucyjnych

Program ćwiczeń pokrywa się z programem wykładów

Rozwiązywanie problemów (głównie związanych z zagadnieniami praktycznymi) ilustrujących treści przekazywanych na kolejnych wykładach

### **Teaching methods and techniques:**

Lectures: Wykład jest klasycznym wykładem tablicowym. Mile widziana aktywność studentów podczas wykładu – np. zadawanie pytań wykładowcy.

Auditorium classes: Podczas zajęć audytoryjnych studenci na tablicy rozwiązują zadane wcześniej problemy. Prowadzący na bieżąco dokonuje stosowanych wyjaśnień i moderuje dyskusję z grupą nad danym problemem.

### **Warunki i sposób zaliczenia poszczególnych form zajęć, w tym zasady zaliczeń poprawkowych, a także warunki dopuszczenia do egzaminu:**

Zaliczenie ćwiczeń odbywa się na podstawie aktywności pod czas zajęć oraz oceny z kolokwium. Zaliczenia poprawkowe odbywają się w formie pisemnej.

Warunkiem koniecznym dopuszczenia do egzaminu jest posiadanie oceny pozytywnej z ćwiczeń.

### **Zasady udziału w poszczególnych zajęciach, ze wskazaniem, czy obecność studenta na zajęciach jest obowiązkowa:**

Lectures:

- Attendance is mandatory: No

- Participation rules in classes: Studenci uczestniczą w zajęciach poznając kolejne treści nauczania zgodnie z sylabusem przedmiotu. Studenci winni na bieżąco zadawać pytania i wyjaśniać wątpliwości. Rejestracja audiowizualna wykładu wymaga zgody prowadzącego.

Auditorium classes:

- Attendance is mandatory: Yes

- Participation rules in classes: Studenci przystępując do ćwiczeń są zobowiązani do przygotowania się w zakresie wskazanym każdorazowo przez prowadzącego (np. w formie zestawów zadań). Ocena pracy studenta może bazować na wypowiedziach ustnych lub pisemnych w formie kolokwium, co zgodnie z regulaminem studiów AGH przekłada się na ocenę końcową z tej formy zajęć.

### **Method of calculating the final grade**

Ocenę końcową OK wyznacza się na podstawie średniej ważonej SW obliczonej według wzoru

$$SW = 1/3 OC + 2/3 OE,$$

gdzie OC jest oceną uzyskaną z ćwiczeń,

a OE jest oceną uzyskaną z egzaminu.

Ocena końcowa OK. jest obliczana według algorytmu:

Jeżeli  $SW \geq 4.75$ , to  $OK = 5.0$  (bdb),

jeżeli  $4.75 > SW \geq 4.25$ , to  $OK = 4.5$  (db),

jeżeli  $4.25 > SW \geq 3.75$ , to  $OK = 4.0$  (db),

jeżeli  $3.75 > SW \geq 3.25$ , to  $OK = 3.5$  (dst),

jeżeli  $3.25 > SW \geq 3.00$ , to  $OK = 3.0$  (dst).

Niewielkie odstępstwa są możliwe w zależności od kompetencji egzaminowanego wykazanej w czasie egzaminu.

### **Sposób i tryb wyrównywania zaległości powstałych wskutek nieobecności studenta na zajęciach:**

Student wyrównuje zaległości powstałe wskutek nieobecności na zajęciach samodzielnie, korzystając, w razie konieczności, z pomocy prowadzącego ćwiczenia pod czas konsultacji.

### **Prerequisites and additional requirements**

Znajomość rachunku różniczkowego i całkowego funkcji wielu zmiennych. Znajomość podstaw algebry oraz rachunku macierzy. Umiejętność rozwiązywania równań różniczkowych zwyczajnych.

Dodatkowa wiedza (opcjonalnie): elementarna znajomość teorii równań różniczkowych cząstkowych lub równań fizyki matematycznej; znajomość analizy jakościowej dwuwymiarowych układów dynamicznych.

### **Recommended literature and teaching resources**

1. G. Barenblatt, *Similarity, Self-Similarity and Intermediate Asymptotics*, Cambridge Univ. Press, 1985.
2. A. Samarskii, A. Mikhailov, *Principles of Mathematical Modelling: Ideas, Methods, Examples*, Taylor & Francis, 2002.
3. A. Scott, *Nonlinear Science*, Oxford Univ. Press, 2003.
4. V. Vladimirov, *Nieliniowe Modele Zjawisk Transportu*, Kraków, 2014 (<http://wms.mat.agh.edu.pl/~vladimir/frame.htm>)

### **Scientific publications of module course instructors related to the topic of the module**

1. Likus, W.; Vladimirov, V.A. Solitary waves in the model of active media, taking into account effects of relaxation; *Rep. Math. Phys.* 75, No. 2, 213-230 (2015).
2. Danylenko, V.A.; Danevich, T.B.; Makarenko, O.S.; Moskaliuk, V.S.; Skurativskiy, S.I.; Vladimirov, V.A. Exact solutions and wave patterns within some non-local hydrodynamic-type models; *Algebras Groups Geom.* 31, No. 4, 407-477 (2014).
3. Danylenko, V.A.; Danevich, T.B.; Makarenko, O.S.; Moskaliuk, S.S.jun.; Skurativskiy, S.I.; Vladimirov, V.A. Group analysis of reaction-diffusion-convection of nonlinear equations; *Algebras Groups Geom.* 30, No. 3, 275-365 (2013).
4. Danylenko, V.A.; Danevich, T.B.; Makarenko, O.S.; Moskaliuk, N.M.; Skurativskiy, S.I.; Vladimirov, V.A. Algebra-invariant models for nonlinear nonlocal media; *Algebras Groups Geom.* 29, No. 3, 309-376 (2012).
5. Vladimirov, V.A.; Mączka, Cz.; On the stability of kink-like and soliton-like solutions of the generalized convection-reaction-diffusion equation; *Rep. Math. Phys.* 70, No. 3, 313-329 (2012).
6. Vladimirov, V.A.; Kutafina, E.V.; Zorychta, B., On the non-local hydrodynamic-type system and its soliton-like solutions; *J. Phys. A, Math. Theor.* 45, No. 8, Article ID 085210, 12 p. (2012).
7. VLADIMIROV V. A., KUTAFINA E. V. and PUDEŁKO A., Constructing Soliton and Kink Solutions of PDE Models in Transport and Biology, *Symmetry, Integrability and Geometry: Methods and Applications Vol. 2* (2006), Paper 061, 15 pages.
8. W. Rzeszut, O. Tertyshnyk, V. Tychynin, V. VLADIMIROV, Linearizability and nonlocal superposition for nonlinear transport equation with memory / *Reports on Mathematical Physics* ; ISSN 0034-4877. — 2013 vol. 72 no. 2, s. 235-252.
9. Vladimirov, V.A.; Mączka, Cz., On the stability of kink-like and soliton-like solutions of the generalized convection-reaction-diffusion equation // *Reports on Mathematical Physics* ; ISSN 0034-4877. — 2012 vol. 70 no. 3, s. 313-329.
10. Vladimirov, V.A.; Mączka, Cz., On the stability of some exact solutions to the generalized convection-reaction-diffusion equation // *Chaos, Solitons & Fractals* ; ISSN 0960-0779. — 2011 vol. 44 iss. 9, pp. 677-684.
11. Vladimirov, V.A., Mączka, Cz., Sergyeyev A., Skurativskiy S., Stability and dynamical features of solitary wave solutions for a hydrodynamic-type system taking into account nonlocal effects // *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation* ; ISSN 1007-5704. — 2014 vol. 19 iss. 6, pp. 1770-1782.
12. Sergyeyev A., Skurativskiy S., Vladimirov, V.A., Compacton solutions and (non)integrability of nonlinear evolutionary PDEs associated with a chain of prestressed granules // *Nonlinear Analysis : real world applications* ; ISSN 1468-1218. — 2019 vol. 47, pp. 68-84.
13. Vladimirov V. A., Compacton-like solutions of the hydrodynamic system describing relaxing media, *Reports on Mathematical Physics*, vol. 61 (2007), pp.381-400.
14. Vladimirov V. A., Skurativskiy S., On the spectral stability of soliton-like solutions to a

non-local hydrodynamic-type model, arXiv:1807.08494v2 [nlin PS] (the paper is published in Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation (2019), DOI:10.1016/j.cnsns.2019.104998).

### **Additional information**

Literatura dodatkowa

1. A. Samarskii, V. Galaktionov, S. Kurdiymov, A. Mikhailov, Blow-up Regimes in Quasilinear Parabolic Equations, Academic Press, London, 1994.
2. R. Dodd, J. Ejlbeck, J. Gibbon, H. Morris, Solitons and Nonlinear Wave Equations, Academic Press, London, 1985.
3. D. Dubin, Numerical and Analytical Methods for Scientists and Engineers Using Mathematica, Wiley, New Jersey, 2003.
4. A. Tichonov, A. Samarskii, Równania Fizyki Matematycznej, PWN, Warszawa, 1963.