

**AGH**AGH UNIVERSITY OF SCIENCE  
AND TECHNOLOGY

Module name: Applications of classical and generalized symmetries for constructing solutions of nonlinear mathematical physics differential equations

Academic year: 2019/2020 Code: ZSDA-3-0251-s ECTS credits: 4

Faculty of: Szkoła Doktorska AGH

Field of study: Szkoła Doktorska AGH Specjalty: —

Study level: Third-cycle studies Form and type of study: Full-time studies

Lecture language: Polski i Angielski Profile of education: Academic (A) Semester: 0

Course homepage: —

Responsible teacher: dr hab. Tsyfra Iwan (tsyfra@agh.edu.pl)

## Module summary

Doktoranci zdobywają wiedzę o zastosowaniu teorii symetrii do równań różniczkowych

## Description of learning outcomes for module

MLO code	Student after module completion has the knowledge/ knows how to/is able to	Connections with FLO	Method of learning outcomes verification (form of completion)
Skills: he can			
M_U001	Potrafi znaleźć generator infinitezymalny grupy Liego przekształceń punktowych	SDA3A_U01, SDA3A_U03	Examination, Activity during classes
M_U002	Rozumie w jaki sposób symetria uogólniona może być wykorzystana dla konstrukcji rozwiązań równań różniczkowych	SDA3A_U01, SDA3A_U03	Examination, Activity during classes
Knowledge: he knows and understands			
M_W001	Rozumie znaczenie terminu grupa symetrii równania różniczkowego oraz rozwiązania niezmienniczego	SDA3A_W02, SDA3A_W01	Examination, Activity during classes
M_W002	Zna podstawowe pojęcia i twierdzenia teorii grupowej równań różniczkowych	SDA3A_W03, SDA3A_W02	Examination, Activity during classes
M_W003	Zna metodę redukcji równań cząstkowych za pomocą operatorów symetrii uogólnionej	SDA3A_W03	Examination, Activity during classes

## Number of hours for each form of classes

Suma	Form of classes										
	Lectures	Auditorium classes	Laboratory classes	Project classes	Conversation seminar	Seminar classes	Practical classes	Fieldwork classes	Workshops	Prace kontrolne i przejściowe	Lektorat
60	30	30	0	0	0	0	0	0	0	0	0

## FLO matrix in relation to forms of classes

MLO code	Student after module completion has the knowledge/ knows how to/is able to	Form of classes										
		Lectures	Auditorium classes	Laboratory classes	Project classes	Conversation seminar	Seminar classes	Practical classes	Fieldwork classes	Workshops	Prace kontrolne i przejściowe	Lektorat
Skills: he can												
M_U001	Potrafi znaleźć generator infinitymalny grupy Liego przekształceń punktowych	-	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-
M_U002	Rozumie w jaki sposób symetria uogólniona może być wykorzystana dla konstrukcji rozwiązań równań różniczkowych	-	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Knowledge: he knows and understands												
M_W001	Rozumie znaczenie terminu grupa symetrii równania różniczkowego oraz rozwiązania niezmienniczego	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
M_W002	Zna podstawowe pojęcia i twierdzenia teorii grupowej równań różniczkowych	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
M_W003	Zna metodę redukcji równań cząstkowych za pomocą operatorów symetrii uogólnionej	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

## Student workload (ECTS credits balance)

Student activity form	Student workload
Udział w zajęciach dydaktycznych/praktyka	60 h
Preparation for classes	30 h
Realization of independently performed tasks	24 h
Examination or Final test	2 h
Summary student workload	116 h
Module ECTS credits	4 ECTS

## Additional information

### Module content

#### Lectures

Zastosowanie klasycznej i uogólnionej symetrii do konstrukcji rozwiązań nieliniowych równań różniczkowych fizyki matematycznej

1. Lokalne grupy Liego transformacji. Przekształcenia infinitezymalne. Pierwsze fundamentalne twierdzenie Liego. Układ równań Liego.
2. Niezmienniki grupy Liego i rozmaitości niezmiennicze. Kryterium infinitezymalne niezmienniczości rozmaitości.
3. Teoria przedłużenia pól wektorowych na przestrzeń żetów. Niezmienniczość równań różniczkowych cząstkowych względem przekształceń punktowych. Kryterium Liego niezmienniczości równań różniczkowych cząstkowych. Równania określające. Algebra Liego.
4. Grupy niezmienniczości i rozwiązania niezmiennicze liniowych i nieliniowych równań Fizyki Matematycznej. Grupowa metoda konstrukcji fundamentalnego rozwiązania równania przewodnictwa ciepła.
5. Uogólnienie klasycznej niezmienniczości Liego równań różniczkowych. Niezmienniczość warunkowa. Kryterium infinitezymalne niezmienniczości warunkowej równań różniczkowych.
6. Warunkowo niezmiennicze rozwiązania nieliniowego równania fałowego, równania Fishera oraz innych równań ewolucyjnych.
7. Przekształcenia styczne skończonego rzędu. Niezmienniczość równań różniczkowych cząstkowych względem grup przekształceń Liego-Backlund. Niezmienniczość liniowych równań różniczkowych zwyczajnych i nieliniowe rozdzielanie zmiennych w równaniach cząstkowych. Grupowa redukcja zagadnienia Cauchego dla nieliniowego równania ewolucyjnego cząstkowego do zagadnienia Cauchego dla układu równań różniczkowych zwyczajnych.
8. Nieskończenie wymiarowa algebra Liego i całkowalność nieliniowych równań Fizyki Matematycznej. Operatory rekursji, prawa zachowania, Pary Laks. Przykłady równań Liouville'a, Burgersa, Kortewega-de Vriesa, Kadomtsewa-Petwiaszwili'ego, Nizhnyka-Novikova-Veselova.

#### Auditorium classes

Zastosowanie klasycznej i uogólnionej symetrii do konstrukcji rozwiązań nieliniowych równań

Ilustracja tematów prezentowanych podczas wykładów. Dyskusja i rozwiązywane problemów ilustrujących treści przekazywane na wykładach.

### **Teaching methods and techniques:**

Lectures: Treści prezentowane na wykładzie są przekazywane w formie klasycznego wykładu tablicowego

Auditorium classes: Podczas zajęć audytoryjnych doktoranci na tablicy rozwiązują konkretne problemy i przykłady

### **Warunki i sposób zaliczenia poszczególnych form zajęć, w tym zasady zaliczeń poprawkowych, a także warunki dopuszczenia do egzaminu:**

Warunkiem zaliczenia przedmiotu jest aktywność na zajęciach, dopuszczalne są trzy nieobecności (na wykładach / ćwiczeniach).

### **Zasady udziału w poszczególnych zajęciach, ze wskazaniem, czy obecność studenta na zajęciach jest obowiązkowa:**

Lectures:

- Attendance is mandatory: Yes
- Participation rules in classes: Nie określono

Auditorium classes:

- Attendance is mandatory: Yes
- Participation rules in classes: Nie określono

### **Method of calculating the final grade**

Ocena końcowa zależy przede wszystkim od oceny egzaminu i aktywności na zajęciach, zarówno na wykładach jak i ćwiczeniach,

### **Sposób i tryb wyrównywania zaległości powstałych wskutek nieobecności studenta na zajęciach:**

Zapoznanie się z materiałem dotyczącym tematu omawianego na zajęciach, na których student był nieobecny.

### **Prerequisites and additional requirements**

Podstawowa wiedza z zakresu analizy matematycznej i równań różniczkowych zwyczajnych

### **Recommended literature and teaching resources**

1. Olver P. Applications of Lie groups to differential equations, N.Y., Springer-Verlag, 1986
2. Andersen R.L., Ibragimov N. H. Lie - Backlund transformations in applications, SIAM, Philadelphia, 1979.
3. Bluman G.W., Kumei S. Symmetries and differential equations. N.Y., Springer-Verlag, 1989

### **Scientific publications of module course instructors related to the topic of the module**

1. Fushchich W.I., Tsifra I.M. on a reduction and solutions of nonlinear wave equations with broken symmetry, J. Phys. A: Math. Gen. 1987, v.20, no. 2, L45-L48
2. Zhdanov R.Z., Tsifra I.M. Reduction of differential equations and conditional symmetry, Ukraïn. Math. Zh., 1996, v.48, no. 5, 595-602, translation in Ukrainian Math. J. 1997, v.48, no. 5, 661-670
3. Zhdanov R.Z., Tsifra I.M. and Popovych R.O.A precise definition of reduction of partial differential equations, J. Math. Anal. Appl. 1999, v.238, 101—123

4. Tsyfra I., Messina A., Napoli A., Tretynyk V., On new ways of group methods for reduction of evolution-type equations, J. Math. Anal. Appl. 2005, v.307, no. 2, 724-735

5. Tsyfra I., Czyzycki T., Nonpoint symmetry and reduction of nonlinear evolution and wave type equations, Abstr. Appl. Anal. 2015, Art. ID181275, p.1-6

### **Additional information**

None