

**AGH**AGH UNIVERSITY OF SCIENCE  
AND TECHNOLOGY

Nazwa modułu zajęć:	Elementy Teorii Aproksymacji				
Rok akademicki:	2019/2020	Kod:	AMAT-2-021-MF-s	Punkty ECTS:	6
Wydział:	Matematyki Stosowanej				
Kierunek:	Matematyka	Specjalność:	Matematyka finansowa		
Poziom studiów:	Studia II stopnia	Forma studiów:	Stacjonarne		
Język wykładowy:	Polski	Profil:	Ogólnoakademicki (A)	Semestr:	0
Strona www:	—				
Prowadzący moduł:	dr Mielczarek Dominik (dmielcza@wms.mat.agh.edu.pl)				

### Treści programowe zapewniające uzyskanie efektów uczenia się dla modułu zajęć

Pojęcia oraz twierdzenia (wraz z dowodami) aproksymacyjne w przestrzeni liniowej unormowanej i przestrzeni Hilberta. Funkcje gięte. Wielomiany ortogonalne.

### Opis efektów uczenia się dla modułu zajęć

Kod MEU	Student, który zaliczył moduł zajęć zna i rozumie/potrafi/jest gotów do	Powiązania z KEU	Sposób weryfikacji i oceny efektów uczenia się osiągniętych przez studenta w ramach poszczególnych form zajęć i dla całego modułu zajęć
Wiedza: zna i rozumie			
M_W001	Zna podstawowe pojęcia oraz twierdzenia (wraz z dowodami) aproksymacyjne w przestrzeni liniowej unormowanej i przestrzeni Hilberta	MAT2A_W04, MAT2A_W01	Aktywność na zajęciach, Egzamin, Kolokwium, Odpowiedź ustna
M_W002	Zna podstawowe pojęcia oraz twierdzenia (wraz z dowodami) teorii funkcji giętych	MAT2A_W04, MAT2A_W01	Aktywność na zajęciach, Egzamin, Kolokwium, Odpowiedź ustna
Umiejętności: potrafi			
M_U001	Umie wykorzystać twierdzenia i metody rachunku różniczkowego funkcji jednej i wielu zmiennych w zagadnieniach wyznaczania elementów najlepszej aproksymacji	MAT2A_U13	Aktywność na zajęciach, Egzamin, Kolokwium, Odpowiedź ustna
M_U002	Umie wyznaczać szereg Fouriera danej funkcji	MAT2A_U13	Aktywność na zajęciach, Egzamin, Kolokwium, Odpowiedź ustna
Kompetencje społeczne: jest gotów do			

M_K001	Wie, że matematyki należy uczyć się ze zrozumieniem, zna ograniczenia własnej wiedzy i rozumie potrzebę dalszego kształcenia	MAT2A_K02, MAT2A_K01	Aktywność na zajęciach, Egzamin, Kolokwium, Odpowiedź ustna
--------	--	----------------------	---

### Liczba godzin zajęć w ramach poszczególnych form zajęć

Suma	Forma zajęć dydaktycznych										
	Wykład	Ćwiczenia audytoryjne	Ćwiczenia laboratoryjne	Ćwiczenia projektowe	Konwersatorium	Zajęcia seminaryjne	Zajęcia praktyczne	Zajęcia terenowe	Zajęcia warsztatowe	Prace kontrolne i przejściowe	Lektorat
60	30	30	0	0	0	0	0	0	0	0	0

### Matryca kierunkowych efektów uczenia się w odniesieniu do form zajęć i sposobu zaliczenia, które pozwalają na ich uzyskanie

Kod MEU	Student, który zaliczył moduł zajęć zna i rozumie/potrafi/jest gotów do	Forma zajęć dydaktycznych										
		Wykład	Ćwiczenia audytoryjne	Ćwiczenia laboratoryjne	Ćwiczenia projektowe	Konwersatorium	Zajęcia seminaryjne	Zajęcia praktyczne	Zajęcia terenowe	Zajęcia warsztatowe	Prace kontrolne i przejściowe	Lektorat
Wiedza: zna i rozumie												
M_W001	Zna podstawowe pojęcia oraz twierdzenia (wraz z dowodami) aproksymacyjne w przestrzeni liniowej unormowanej i przestrzeni Hilberta	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-
M_W002	Zna podstawowe pojęcia oraz twierdzenia (wraz z dowodami) teorii funkcji giętych	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Umiejętności: potrafi												
M_U001	Umie wykorzystać twierdzenia i metody rachunku różniczkowego funkcji jednej i wielu zmiennych w zagadnieniach wyznaczania elementów najlepszej aproksymacji	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-
M_U002	Umie wyznaczać szereg Fouriera danej funkcji	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Kompetencje społeczne: jest gotów do												
M_K001	Wie, że matematyki należy uczyć się ze zrozumieniem, zna ograniczenia własnej wiedzy i rozumie potrzebę dalszego kształcenia	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-

## Nakład pracy studenta (bilans punktów ECTS)

Forma aktywności studenta	Obciążenie studenta
Udział w zajęciach dydaktycznych/praktyka	60 godz
Przygotowanie do zajęć	32 godz
Samodzielne studiowanie tematyki zajęć	51 godz
Egzamin lub kolokwium zaliczeniowe	2 godz
Dodatkowe godziny kontaktowe	5 godz
Sumaryczne obciążenie pracą studenta	150 godz
Punkty ECTS za moduł	6 ECTS

## Pozostałe informacje

### Szczegółowe treści kształcenia w ramach poszczególnych form zajęć (szczegółowy program wykładów i pozostałych zajęć)

#### Wykład

##### Aproksymacja w przestrzeni unormowanej

Podstawowe twierdzenie aproksymacyjne w przestrzeni liniowej unormowanej. Własności najlepszej aproksymacji.

##### Maksymalne funkcjonały liniowe

Aproksymacja jednostajna funkcji ciągłych.

##### Aproksymacja w przestrzeni Hilberta

Twierdzenie aproksymacyjne w przestrzeni Hilberta. Układy ortonormalne, nierówność Bessla, równość Parsewala.

##### Twierdzenie Haara-Kołmogorowa

Twierdzenie Haara-Kołmogorowa o jednoznaczności. Wielomiany algebraiczne i trygonometryczne najlepszej aproksymacji. Wielomiany Czebyszewa.

##### Charakteryzacja elementów optymalnych w przestrzeni funkcji ciągłych na zbiorach zwartych

Twierdzenie Kołmogorowa. Warunek Haara, układy Czebyszewa.

##### Twierdzenie o zbieżności szeregu Fouriera

Funkcje o wahanu skończonym, Twierdzenie o zbieżności szeregu Fouriera funkcji o wahanu ograniczonym (bd). Twierdzenie Fejera.

Wielomiany Bernsteina. Twierdzenia Weierstrassa i Stone'a-Weierstrassa.

Twierdzenie o jednoznaczności najlepszej aproksymacji

Nierówności Bernsteina i Markowa.

Funkcje gięte (splines). Podstawowe własności.

Szeregi Fouriera, podstawowe własności

Wielomiany ortogonalne

Aproksymacja w przestrzeni  $L_p$  (CD)

Interpolacja i najlepsza aproksymacja w przestrzeni Lp.

## Ćwiczenia audytoryjne

Rozwiązywanie zadań dotyczących treści przekazywanych na kolejnych wykładach

### Metody i techniki kształcenia:

Wykład: Wykład jest klasycznym wykładem tablicowym. Mile widziana aktywność studentów podczas wykładu – np. zadawanie pytań wykładowcy.

Ćwiczenia audytoryjne: Podczas zajęć audytoryjnych studenci na tablicy rozwiązują zadane wcześniej problemy. Prowadzący na bieżąco dokonuje stosowanych wyjaśnień i moderuje dyskusję z grupą nad danym problemem.

### Warunki i sposób zaliczenia poszczególnych form zajęć, w tym zasady zaliczeń poprawkowych, a także warunki dopuszczenia do egzaminu:

Warunkiem koniecznym dopuszczenia do egzaminu jest posiadanie oceny pozytywnej z ćwiczeń.

Dwa terminy zaliczeń poprawkowych są skorelowane czasowo z egzaminami poprawkowymi.

### Zasady udziału w poszczególnych zajęciach, ze wskazaniem, czy obecność studenta na zajęciach jest obowiązkowa:

Wykład:

- Obecność obowiązkowa: Tak

- Zasady udziału w zajęciach: Studenci uczestniczą w zajęciach poznając kolejne treści nauczania zgodnie z sylabusem przedmiotu. Studenci winni na bieżąco zadawać pytania i wyjaśniać wątpliwości. Rejestracja audiowizualna wykładu wymaga zgody prowadzącego.

Ćwiczenia audytoryjne:

- Obecność obowiązkowa: Tak

- Zasady udziału w zajęciach: Studenci przystępując do ćwiczeń są zobowiązani do przygotowania się w zakresie wskazanym każdorazowo przez prowadzącego (np. w formie zestawów zadań). Ocena pracy studenta może bazować na wypowiedziach ustnych lub pisemnych w formie kolokwium, co zgodnie z regulaminem studiów AGH przekłada się na ocenę końcową z tej formy zajęć.

### Sposób obliczania oceny końcowej

1. Warunkiem koniecznym uzyskania pozytywnej oceny końcowej **OK** jest otrzymanie pozytywnej oceny z ćwiczeń i z egzaminu. Przy czym warunkiem dopuszczenia do egzaminu jest posiadanie oceny pozytywnej z ćwiczeń.

2. Ocenę końcową wyznacza się na podstawie średniej ważonej **SW** obliczonej według wzoru

$$\mathbf{SW} = 0,1/3 \mathbf{OC} + 2/3 \mathbf{OE},$$

gdzie **OC** jest oceną uzyskaną z ćwiczeń, a **OE** jest oceną uzyskaną z egzaminu.

3. Ocena końcowa **OK** jest obliczana według algorytmu:

Jeżeli  $\mathbf{SW} > 4.75$ , to  $\mathbf{OK} = 5.0$  (bdb),

jeżeli  $4.75 > \mathbf{SW} > 4.25$ , to  $\mathbf{OK} = 4.5$  (ins>db),

jeżeli  $4.25 > \mathbf{SW} > 3.75$ , to  $\mathbf{OK} = 4.0$  (db),

jeżeli  $3.75 > \mathbf{SW} > 3.25$ , to  $\mathbf{OK} = 3.5$  (/ins>dst),

jeżeli  $3.25 > \mathbf{SW} > 3.00$ , to  $\mathbf{OK} = 3.0$  (dst).

### Sposób i tryb wyrównywania zaległości powstałych wskutek nieobecności studenta na zajęciach:

Student powinien zgłosić się do prowadzącego w celu ustalenia indywidualnego sposobu nadrobienia zaległości.

### Wymagania wstępne i dodatkowe, z uwzględnieniem sekwencyjności modułów

Nie podano wymagań wstępnych lub dodatkowych.

### **Zalecana literatura i pomoce naukowe**

1. N.J.Achiezer, *Teoria aproksymacji*, Warszawa 1957.
2. E.W.Cheney, *Introduction to approximation theory*, AMS Chelsea Publishing, 1998.
3. C.De Boor, *A guide to spline theory*, Springer-Verlag 1978.

### **Publikacje naukowe osób prowadzących zajęcia związane z tematyką modułu**

1. Wronicz, Zygmunt; On some application of biorthogonal spline systems to integral equations; *Opusc. Math.* 25, No. 1, 149-160 (2005).
2. Wronicz, Zygmunt, On approximation by Chebyshevian box splines; *Ann. Pol. Math.* 78, No.2, 111-121 (2002).
3. Szlachtowska, Ewa; Mielczarek, Dominik; Generalized duality mapping; *J. Indian Math. Soc., New Ser.* 82, No. 1-2, 169-183 (2015).
4. Góra, Michał; Mielczarek, Dominik; Comments on "necessary and sufficient stability condition of fractional-order interval linear systems" [*Automatica* 44 (2008), 2985-2988]; *Automatica* 50, No. 10, 2734-2735 (2014).
5. Rydlewski, Jerzy P.; Mielczarek, Dominik; On the maximum likelihood estimator in the generalized beta regression model; *Opusc. Math.* 32, No. 4, 761-774 (2012).
6. Szlachtowska, Ewa; Mielczarek, Dominik; On the uniqueness of minimal projections in Banach spaces. *Opusc. Math.* 32, No. 3, 579-590 (2012).
7. Mielczarek, Dominik; Minimal and co-minimal projections in spaces of continuous functions; *Opusc. Math.* 30, No. 4, 457-464 (2010).

### **Informacje dodatkowe**

Studenci II stopnia mogą obrać ten przedmiot tylko w formie wykładu i wówczas obowiązkowy jest egzamin. Ponadto w takim przypadku student otrzymuje 4 ECTS.