

**AGH**AGH UNIVERSITY OF SCIENCE
AND TECHNOLOGY

Nazwa modułu zajęć: Topologiczne metody w teorii grafów

Rok akademicki: 2019/2020 Kod: AMAT-2-017-MU-s Punkty ECTS: 6

Wydział: Matematyki Stosowanej

Kierunek: Matematyka Specjalność: Matematyka ubezpieczeniowa

Poziom studiów: Studia II stopnia Forma studiów: Stacjonarne

Język wykładowy: Polski Profil: Ogólnoakademicki (A) Semestr: 0

Strona www: —

Prowadzący moduł: dr hab. Płachta Leonid (lplachta@wms.mat.agh.edu.pl)

Treści programowe zapewniające uzyskanie efektów uczenia się dla modułu zajęć

Topologiczne metody w teorii grafów

Opis efektów uczenia się dla modułu zajęć

| Kod MEU | Student, który zaliczył moduł zajęć zna i rozumie/potrafi/jest gotów do | Powiązania z KEU | Sposób weryfikacji i oceny efektów uczenia się osiągniętych przez studenta w ramach poszczególnych form zajęć i dla całego modułu zajęć |
|-----------------------|---|------------------|---|
| Wiedza: zna i rozumie | | | |

| | | | |
|--------------------------------------|---|---|---|
| M_W001 | zna podstawowe pojęcia i twierdzenia topologicznej teorii grafów (zanurzenie grafu w powierzchnię, rodzaj grafu, nakrycie powierzchni i grafu, układ rotacyjny) oraz metody i narzędzia topologiczne stosowane w kombinatorycznej teorii grafów(kompleksy komórkowe i simplicjalne, działania skończonych grup na kompleksach, k-spójność przestrzeni, wersje twierdzenia Borsuka-Ulama). Zna podstawowe własności przestrzeni konfiguracyjnych stowarzyszonych z grafem | MAT2A_W04, MAT2A_U13, MAT2A_U06, MAT2A_U02, MAT2A_W05 | Aktywność na zajęciach, Egzamin, Esej, Kolokwium, Odpowiedź ustna |
| M_W002 | zna przykłady zastosowania metod topologicznych w teorii grafów i - kombinatoryce(twierdzenie Lovasza- Knesera, twierdzenie Schrijvera, twierdzenie o Zp-indeksie) | MAT2A_U17, MAT2A_U14, MAT2A_U04, MAT2A_K05 | Aktywność na zajęciach, Egzamin, Esej, Kolokwium, Odpowiedź ustna |
| M_W003 | zna najważniejsze podstawowe fakty z historii topologicznej teorii grafów oraz wybrane hipotezy teorii grafów i topologii kombinatorycznej | MAT2A_W06, MAT2A_W04, MAT2A_W03, MAT2A_W05 | Aktywność na zajęciach, Egzamin, Esej, Kolokwium, Odpowiedź ustna |
| Umiejętności: potrafi | | | |
| M_U001 | potrafi ze zrozumieniem przedstawić w mowie i piśmie poznane na wykładzie dowody twierdzeń | MAT2A_U01, MAT2A_W02, MAT2A_W04, MAT2A_W05 | Aktywność na zajęciach, Egzamin, Esej, Kolokwium, Odpowiedź ustna |
| M_U002 | potrafi samodzielnie przeprowadzić proste dowody wykorzystując poznaną wiedzę z topologii i teorii grafów | MAT2A_U14, MAT2A_U01, MAT2A_W02, MAT2A_W04, MAT2A_K02, MAT2A_U13, MAT2A_U02, MAT2A_U03, MAT2A_K01 | Aktywność na zajęciach, Egzamin, Esej, Kolokwium, Odpowiedź ustna |
| M_U003 | potrafi wykorzystać wiedzę z innych działów matematyki (algebra, topologia geometryczna) w teorii grafów i kombinatoryce | MAT2A_U13, MAT2A_U04, MAT2A_W07, MAT2A_U08 | Aktywność na zajęciach, Egzamin, Esej, Kolokwium, Odpowiedź ustna |
| Kompetencje społeczne: jest gotów do | | | |

| | | | |
|--------|--|--|------------------------|
| M_K001 | umie ocenić stopień zrozumienia przez siebie problemu i brakujące elementy rozumowania | MAT2A_K07, MAT2A_K02, MAT2A_K06, MAT2A_K01 | Aktywność na zajęciach |
|--------|--|--|------------------------|

Liczba godzin zajęć w ramach poszczególnych form zajęć

| Suma | Forma zajęć dydaktycznych | | | | | | | | | | |
|------|---------------------------|-----------------------|-------------------------|----------------------|----------------|---------------------|--------------------|------------------|---------------------|-------------------------------|----------|
| | Wykład | Ćwiczenia audytoryjne | Ćwiczenia laboratoryjne | Ćwiczenia projektowe | Konwersatorium | Zajęcia seminaryjne | Zajęcia praktyczne | Zajęcia terenowe | Zajęcia warsztatowe | Prace kontrolne i przejściowe | Lektorat |
| 60 | 30 | 30 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Matryca kierunkowych efektów uczenia się w odniesieniu do form zajęć i sposobu zaliczenia, które pozwalają na ich uzyskanie

| Kod MEU | Student, który zaliczył moduł zajęć zna i rozumie/potrafi/jest gotów do | Forma zajęć dydaktycznych | | | | | | | | | | |
|-----------------------|---|---------------------------|-----------------------|-------------------------|----------------------|----------------|---------------------|--------------------|------------------|---------------------|-------------------------------|----------|
| | | Wykład | Ćwiczenia audytoryjne | Ćwiczenia laboratoryjne | Ćwiczenia projektowe | Konwersatorium | Zajęcia seminaryjne | Zajęcia praktyczne | Zajęcia terenowe | Zajęcia warsztatowe | Prace kontrolne i przejściowe | Lektorat |
| Wiedza: zna i rozumie | | | | | | | | | | | | |
| M_W001 | zna podstawowe pojęcia i twierdzenia topologicznej teorii grafów (zanurzenie grafu w powierzchnię, rodzaj grafu, nakrycie powierzchni i grafu, układ rotacyjny) oraz metody i narzędzia topologiczne stosowane w kombinatorycznej teorii grafów (kompleksy komórkowe i simplicjalne, działania skończonych grup na kompleksach, k-spójność przestrzeni, wersje twierdzenia Borsuka-Ulana). Zna podstawowe własności przestrzeni konfiguracyjnych stowarzyszonych z grafem | + | + | - | - | - | - | - | - | - | - | - |

| | | | | | | | | | | | | |
|--------------------------------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| M_W002 | zna przykłady zastosowania metod topologicznych w teorii grafów i - kombinatoryce(twierdzenie Lovasza- Knesera, twierdzenie Schrijvera, twierdzenie o Zp-indeksie) | + | + | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| M_W003 | zna najważniejsze podstawowe fakty z historii topologicznej teorii grafów oraz wybrane hipotezy teorii grafów i topologii kombinatorycznej | + | + | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| Umiejętności: potrafi | | | | | | | | | | | | |
| M_U001 | potrafi ze zrozumieniem przedstawić w mowie i piśmie poznane na wykładzie dowody twierdzeń | + | + | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| M_U002 | potrafi samodzielnie przeprowadzić proste dowody wykorzystując poznaną wiedzę z topologii i teorii grafów | + | + | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| M_U003 | potrafi wykorzystać wiedzę z innych działów matematyki (algebra, topologia geometryczna) w teorii grafów i kombinatoryce | + | + | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| Kompetencje społeczne: jest gotów do | | | | | | | | | | | | |
| M_K001 | umie ocenić stopień zrozumienia przez siebie problemu i brakujące elementy rozumowania | + | + | - | - | - | - | - | - | - | - | - |

Nakład pracy studenta (bilans punktów ECTS)

| Forma aktywności studenta | Obciążenie studenta |
|---|---------------------|
| Udział w zajęciach dydaktycznych/praktyka | 60 godz |
| Przygotowanie do zajęć | 42 godz |
| Samodzielne studiowanie tematyki zajęć | 41 godz |
| Egzamin lub kolokwium zaliczeniowe | 2 godz |
| Dodatkowe godziny kontaktowe | 5 godz |
| Sumaryczne obciążenie pracą studenta | 150 godz |
| Punkty ECTS za moduł | 6 ECTS |

Pozostałe informacje

Szczegółowe treści kształcenia w ramach poszczególnych form zajęć (szczegółowy program wykładów i pozostałych zajęć)

Wykład

WYKŁADY

1. Nakrycia grafów i powierzchni. Regularne nakrycia grafów
2. Powierzchnie orientowalne i nieorientowalne. Charakterystyka Eulera i genus powierzchni domkniętej.
3. Zanurzenia komórkowe grafów w powierzchnie orientowalne. Genus grafu.
4. Grafy rotacyjne. Twierdzenie Edmondsa.
5. Oszacowania dolne liczby chromatycznej grafu.
6. Kompleksy simplicjalne i wielościany.
7. Działania grup skończonych G na kompleksach simplicjalnych i wielościanach
Działania wolne grup. Przykłady.
8. Różne wersje twierdzenia Borsuka-Ulana.
9. Grafy Knesera. Twierdzenie Lovasza-Knesera. Uogólnione grafy Knesera.
Twierdzenie Dolnikova.
10. k -spójne przestrzenie. Różne konstrukcje wielościanów i kompleksów simplicjalnych: suspensja, produkt kartezjański, join i produkt niepełny.
11. Z_2 -indeks kompleksów z inwolucją i jego własności. Relacje między Z_2 -indeksem a k -spójnością wielościanu z inwolucją, sposoby ich wyznaczenia lub oszacowania.
12. Z_2 -kompleksy simplicjalne stowarzyszone z grafem G (boks-kompleksy $B(G)$ i $B_0(G)$ z inwolucją). Twierdzenie Sarkaria. Związek z topologicznym problemem zanurzenia.
13. Ogólne oszacowania dolne liczby chromatycznej grafu G przez Z_2 -indeks stowarzyszonych boks-kompleksów $B(G)$ i $B_0(G)$.
14. Z_p -indeks kompleksów z działaniem grupy Z_p i liczba chromatyczna hipergrafów $KGr(F)$
15. Przestrzeń konfiguracyjna stowarzyszona z grafem. Obliczanie grupy podstawowej.

Ćwiczenia audytoryjne

Rozwiązywanie problemów (głównie teoretycznych) dotyczących treści przekazywanych na kolejnych wykładach.

Konstrukcja box-kompleksów stowarzyszonych z grafami. Obliczanie Z_p indeksu kompleksów komórkowych stowarzyszonych z grafami i hipergrafami. Konstrukcja pomocniczych grafów napięcia i prądu dla zanurzeń grafów w powierzchnie orientowalne domknięte. Oszacowanie dolne liczby chromatycznej grafu przez Z_p indeks stowarzyszonego box-kompleksu. Oszacowanie dolne silnej liczby chromatycznej hipergrafu H (w silnym kolorowaniu H) z wykorzystaniem Z_p indeksu kompleksu stowarzyszonego z H . Sposoby obliczenia grupy podstawowej przestrzeni konfiguracyjnych stowarzyszonych z grafem.

Metody i techniki kształcenia:

Wykład: Treści prezentowane na wykładzie są przekazywane w formie prezentacji multimedialnej w połączeniu z klasycznym wykładem tablicowym wzbogaconymi o pokazy odnoszące się do prezentowanych zagadnień.

Ćwiczenia audytoryjne: Podczas zajęć audytoryjnych studenci na tablicy rozwiązują zadane wcześniej problemy. Prowadzący na bieżąco dokonuje stosowanych wyjaśnień i moderuje dyskusję z grupą nad danym problemem.

Warunki i sposób zaliczenia poszczególnych form zajęć, w tym zasady zaliczeń poprawkowych, a także warunki dopuszczenia do egzaminu:

Nie określono

Zasady udziału w poszczególnych zajęciach, ze wskazaniem, czy obecność studenta na zajęciach jest obowiązkowa:

Wykład:

- Obecność obowiązkowa: Tak

- Zasady udziału w zajęciach: Studenci uczestniczą w zajęciach poznając kolejne treści nauczania zgodnie z sylabusem przedmiotu. Studenci winni na bieżąco zadawać pytania i wyjaśniać wątpliwości. Rejestracja audiowizualna wykładu wymaga zgody prowadzącego.

Ćwiczenia audytoryjne:

- Obecność obowiązkowa: Tak

- Zasady udziału w zajęciach: Studenci przystępując do ćwiczeń są zobowiązani do przygotowania się w zakresie wskazanym każdorazowo przez prowadzącego (np. w formie zestawów zadań). Ocena pracy studenta może bazować na wypowiedziach ustnych lub pisemnych w formie kolokwium, co zgodnie z regulaminem studiów AGH przekłada się na ocenę końcową z tej formy zajęć.

Sposób obliczania oceny końcowej

Ocena końcowa (OK) jest wagowa oceną z egzaminu i zaliczenia ćwiczeń audytoryjnych (A) w proporcji 2 do 1.

Sposób i tryb wyrównywania zaległości powstałych wskutek nieobecności studenta na zajęciach:

Student powinien zgłosić się do prowadzącego w celu ustalenia indywidualnego sposobu nadrobienia zaległości.

Wymagania wstępne i dodatkowe, z uwzględnieniem sekwencyjności modułów

Znajomość podstawowych pojęć i twierdzeń topologii, algebry i teorii grafów

Zalecana literatura i pomoce naukowe

1. J. A. Bondy, U. S. R. Murty, Graph theory, New York: Springer-Verlag, 2008.

2. J. Matoušek, Using the Borsuk-Ulam Theorem, Lectures on Topological Methods in

Combinatorics and Geometry, Springer, 2003.

3. G. Ringel, Map Color Theorem, Springer-Verlag, Berlin, 1974.

4. J.L.Gross , T.W.Tucker, The topological graph theory, Dover Publications Inc., New York, 2012

5. Richard M. Wilson , Graph puzzles, homotopy, and alternating group, Journal of combinatorial theory (B), vol. 16, (1974), pp. 86-96.

Publikacje naukowe osób prowadzących zajęcia związane z tematyką modułu

1. Essential tori admitting standard tiling, Fundamenta Math., 189, 2006, pp.195-206.

2. Knots, satellite operations and invariants of finite order, J. Knot Theory Ramifications, 15, Nu.8, 2006, pp.1061-1077.

Informacje dodatkowe

Brak