AGH University of Science and Technology

Nazwa modułu zajęć:	Analiza Rzeczywista i Zespolona
Rok akademicki:	2019/2020
Kod:	AMAT-2-101-MU-s
Punkty ECTS:	6
Wydział:	Matematyki Stosowanej
Kierunek:	Matematyka
Specjalność:	Matematyka ubezpieczeniowa
Poziom studiów:	Studia II stopnia
Forma studiów:	Stacjonarne
Język wykładowy:	Polski
Profil:	Ogólnoakademicki (A)
Semestr:	1
Strona www:	—
Prowadzący moduł:	prof. zw. dr hab. Cojuhari Petru (cojuhari@agh.edu.pl)

Treści programowe zapewniające uzyskanie efektów uczenia się dla modułu zajęć

Kurs analizy rzeczywistej- teoria miary, całka Lebesgue’a.

Opis efektów uczenia się dla modułu zajęć

Kod MEU	Student, który zaliczył moduł zajęć zna i rozumie/potrafi/jest gotów do	Powiązania z KEU	Sposób weryfikacji i oceny efektów uczenia się osiągniętych przez studenta w ramach poszczególnych form zajęć i dla całego modułu zajęć
Wiedza: zna i rozumie			
M_W001	Student zna pojęcia miary i mierzalności zbiorów, mierzalności funkcji oraz twierdzenia i przykłady dotyczące tych pojęć.	MAT2A_W02	Aktywność na zajęciach, Egzamin, Kolokwium, Odpowiedź ustna
M_W002	Student ma uporządkowaną wiedzę w zakresie całki Lebesgue’a.	MAT2A_W03, MAT2A_W01	Aktywność na zajęciach, Egzamin, Kolokwium, Odpowiedź ustna
M_W003	Student zna podstawowe klasy funkcji rzeczywistych i ich własności.	MAT2A_W01	Aktywność na zajęciach, Egzamin, Kolokwium, Odpowiedź ustna
M_W004	Student ma uporządkowaną podstawową wiedzę z analizy zespolonej i funkcji analitycznych.	MAT2A_W03, MAT2A_W01	Aktywność na zajęciach, Egzamin, Kolokwium, Odpowiedź ustna
Umiejętności: potrafi			
M_U001	Student zna konstrukcję miary Lebesgue’a i charakteryzację mierzalności zbiorów w sensie Lebesgue’a oraz przykłady zbiorów mierzalnych i niemierzalnych.	MAT2A_U07, MAT2A_U01, MAT2A_U05	Aktywność na zajęciach, Egzamin, Kolokwium, Odpowiedź ustna

M_U002	Student zna przykłady i potrafi rozpoznać pojęcia teorii całki Lebesgue’a i teorii miary w typowych zagadnieniach teoretycznych i praktycznych.	MAT2A_U04	Aktywność na zajęciach, Egzamin, Kolokwium, Odpowiedź ustna
M_U003	Student potrafi stosować wzór całkowy Cauchy’ego i twierdzenie o residuach do znajdowania wartości pewnych całek i innych obliczeń.	MAT2A_U05	Aktywność na zajęciach, Egzamin, Kolokwium, Odpowiedź ustna

Liczba godzin zajęć w ramach poszczególnych form zajęć

	Forma zajęć dydaktycznych										
Suma	Wykład	Ćwiczenia audytoryjne	Ćwiczenia laboratoryjne	Ćwiczenia projektowe	Konwersatorium	Zajęcia seminaryjne	Zajęcia praktyczne	Zajęcia terenowe	Zajęcia warsztatowe	Prace kontrolne i przejściowe	Lektorat
60	30	30	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Matryca kierunkowych efektów uczenia się w odniesieniu do form zajęć i sposobu zaliczenia, które pozwalają na ich uzyskanie

Kod MEU	Student, który zaliczył moduł zajęć zna i rozumie/potrafi/jest gotów do	Forma zajęć dydaktycznych										
		Wykład	Ćwiczenia audytoryjne	Ćwiczenia laboratoryjne	Ćwiczenia projektowe	Konwersatorium	Zajęcia seminaryjne	Zajęcia praktyczne	Zajęcia terenowe	Zajęcia warsztatowe	Prace kontrolne i przejściowe	Lektorat
Wiedza: zna i rozumie												
M_W001	Student zna pojęcia miary i mierzalności zbiorów, mierzalności funkcji oraz twierdzenia i przykłady dotyczące tych pojęć.	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-
M_W002	Student ma uporządkowaną wiedzę w zakresie całki Lebesgue’a.	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-
M_W003	Student zna podstawowe klasy funkcji rzeczywistych i ich własności.	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-
M_W004	Student ma uporządkowaną podstawową wiedzę z analizy zespolonej i funkcji analitycznych.	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Umiejętności: potrafi												

M_U001	Student zna konstrukcję miary Lebesgue’a i charakteryzację mierzalności zbiorów w sensie Lebesgue’a oraz przykłady zbiorów mierzalnych i niemierzalnych.	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-
M_U002	Student zna przykłady i potrafi rozpoznać pojęcia teorii całki Lebesgue’a i teorii miary w typowych zagadnieniach teoretycznych i praktycznych.	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-
M_U003	Student potrafi stosować wzór całkowy Cauchy’ego i twierdzenie o residuach do znajdowania wartości pewnych całek i innych obliczeń.	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-

Nakład pracy studenta (bilans punktów ECTS)

Forma aktywności studenta	Obciążenie studenta
Udział w zajęciach dydaktycznych/praktyka	60 godz
Przygotowanie do zajęć	37 godz
Samodzielne studiowanie tematyki zajęć	46 godz
Egzamin lub kolokwium zaliczeniowe	2 godz
Dodatkowe godziny kontaktowe	5 godz
Sumaryczne obciążenie pracą studenta	150 godz
Punkty ECTS za moduł	6 ECTS

Pozostałe informacje

Szczegółowe treści kształcenia w ramach poszczególnych form zajęć (szczegółowy program wykładów i pozostałych zajęć)

Wykład

1.Algebra i σ-algebra zbiorów. Przestrzenie mierzalne. Miara, przestrzenie z miarą. Miara Borela. Miary zupełne i regularne.
2.Miara zewnętrzna. Zagadnienie rozszerzenia miar. Warunek Caratheodory’ego. Konstrukcje miary Lebesgue’a. Charakteryzacja zbiorów mierzalnych w sensie Lebesgue’a.
3.Funkcje mierzalne. Przestrzeń funkcji prostych. Twierdzenie o aproksymacji funkcji mierzalnej przez funkcje proste.
4.Całka Lebesgue’a i jej własności. Związek całki Lebesgue’a z całką Riemanna. Twierdzenie o zbieżności. Lemat Fatou. Twierdzenia Lebesgue’a o zbieżności zmajoryzowanej.
5.Miary produktowe. Twierdzenia Tonelliego i Fubiniego.
6.Funkcje o wahaniu ograniczonym. Funkcje absolutnie ciągłe. Twierdzenie Lebesgue’a o różniczkowalności prawie wszędzie.

7.Geometria i topologia płaszczyzny zespolonej, sfera Riemanna.
Funkcje zespolone, ciągłość, funkcje elementarne.
8.Różniczkowanie w dziedzinie zespolonej. Reguły różniczkowania. Równania Cauchy'ego-Riemanna. Interpretacja geometryczna pochodnej zespolonej.
9.Funkcje analityczne (regularne, holomorficzne). Regularność funkcji elementarnych. Odwzorowanie konforemne.
10.Całkowanie funkcji zespolonych. Całki krzywoliniowe funkcji zespolonych.
11.Twierdzenie całkowe Cauchy'ego. Istnienie funkcji pierwotnej. Wzór całkowy Cauchy'ego. Uogólniony wzór Cauchy'ego.
12.Rozwijalność funkcji analitycznej w szereg potęgowy. Szeregi Taylora i Lauranta. Punkty zerowe funkcji analitycznej. Twierdzenie o jednoznaczności funkcji analitycznej.
13.Nierówność Cauchy'ego. Funkcje całkowite. Twierdzenie Liouville'a. Lemat Schwarza.
14. Punkty osobliwe. Residuum funkcji. Wyznaczanie residuów. Twierdzenie o residuach.

Ćwiczenia audytoryjne

Program ćwiczeń pokrywa się z programem wykładów
Rozwiązywanie problemów (głównie związanych z zagadnieniami praktycznymi) ilustrujących treści przekazywanych na kolejnych wykładach

Metody i techniki kształcenia:

Wykład: Wykład jest klasycznym wykładem tablicowym. Mile widziana aktywność studentów podczas wykładu – np. zadawanie pytań wykładowcy.
Ćwiczenia audytoryjne: Podczas zajęć audytoryjnych studenci na tablicy rozwiązują zadane wcześniej problemy. Prowadzący na bieżąco dokonuje stosowanych wyjaśnień i moderuje dyskusję z grupą nad danym problemem.

Warunki i sposób zaliczenia poszczególnych form zajęć, w tym zasady zaliczeń poprawkowych, a także warunki dopuszczenia do egzaminu:

Dwa terminy zaliczeń poprawkowych są skorelowane czasowo z egzaminami poprawkowymi.

Zasady udziału w poszczególnych zajęciach, ze wskazaniem, czy obecność studenta na zajęciach jest obowiązkowa:

Wykład:
– Obecność obowiązkowa: Tak
– Zasady udziału w zajęciach: Studenci uczestniczą w zajęciach poznając kolejne treści nauczania zgodnie z syllabusem przedmiotu. Studenci winni na bieżąco zadawać pytania i wyjaśniać wątpliwości. Rejestracja audiowizualna wykładu wymaga zgody prowadzącego.
Ćwiczenia audytoryjne:
– Obecność obowiązkowa: Tak
– Zasady udziału w zajęciach: Studenci przystępując do ćwiczeń są zobowiązani do przygotowania się w zakresie wskazanym każdorazowo przez prowadzącego (np. w formie zestawów zadań). Ocena pracy studenta może bazować na wypowiedziach ustnych lub pisemnych w formie kolokwium, co zgodnie z regulaminem studiów AGH przekłada się na ocenę końcową z tej formy zajęć.

Sposób obliczania oceny końcowej

1. Warunkiem koniecznym dopuszczenia do egzaminu jest posiadanie oceny pozytywnej z ćwiczeń.
2. Ocenę końcową **OK** wyznacza się na podstawie średniej ważonej **SW** obliczonej według wzoru
SW = 1/3 **OC** + 2/3 **OE**,
gdzie **OC** jest oceną uzyskaną z ćwiczeń,
a **OE** jest oceną uzyskaną z egzaminu.
3. Ocena końcowa **OK.** jest obliczana według algorytmu:
Jeżeli **SW** ≥ 4.75, to **OK** = 5.0 (bdb),

jeżeli 4.75 > **SW** ≥ 4.25, to **OK** = 4.5 (db),
jeżeli 4.25 > **SW** ≥ 3.75, to **OK** = 4.0 (db),
jeżeli 3.75 > **SW** ≥ 3.25, to **OK** = 3.5 (dst),
jeżeli 3.25 > **SW** ≥ 3.00, to **OK** = 3.0 (dst).

Sposób i tryb wyrównywania zaległości powstałych wskutek nieobecności studenta na zajęciach:

Student powinien zgłosić się do prowadzącego w celu ustalenia indywidualnego sposobu nadrobienia zaległości. Omówienie konspektów podczas konsultacji.

Wymagania wstępne i dodatkowe, z uwzględnieniem sekwencyjności modułów

Wiedza z zakresu analizy matematycznej, logiki i teorii mnogości na poziomie absolwenta studiów matematycznych I-go stopnia.

Zalecana literatura i pomoce naukowe

1. Walter Rudin, *Analiza rzeczywista i zespolona*, (PWN 1999)
2. Ludwik M. Drużkowski, *Analiza matematyczna dla fizyków* (II. Wybrane zagadnienia), (Wyd. UJ 1997)
3. Witold Kleiner, *Analiza Matematyczna* (Tom II), (PWN 1990)
4. Franciszek Leja, *Funkcje zespolone* (PWN 1979)
5. Jan Krzyż, *Zbiór zadań z funkcji analitycznych* (PWN 2005)

Publikacje naukowe osób prowadzących zajęcia związane z tematyką modułu

1) Cojuhari, Petru; Gheondea, Aurelian; Triplets of closely embedded Hilbert spaces, Integral Equations Oper. Theory 81, No. 1, 1-33 (2015).

2) Cojuhari, P.A.; Grod, A.; Kuzhel, S; On the S-matrix of Schrödinger operators with non-symmetric zero-range potentials, J. Phys. A, Math. Theor. 47, No. 31, Article ID 315201, 23 p. (2014).

3) Cojuhari, P.A.; On the discrete spectrum of a linear operator pencil arizing in transport theory, Methods Funct. Anal. Topol. 20, No. 1, 10-16 (2014).

4) Cojuhari, Petru; Gheondea, Aurelian; Triplets of closely embedded Dirichlet type spaces on the unit polydisc, Complex Anal. Oper. Theory 7, No. 5, 1525-1544 (2013).

5) Cojuhari, Petru A.; Kuzhel, Sergii; Lax-Phillips scattering theory for □□-symmetric ρ-perturbed operators, J. Math. Phys. 53, No. 7, 073514, 17 p. (2012).

6) Cojuhari, Petru; Gheondea, Aurelian; Embeddings, operator ranges, and Dirac operators, Complex Anal. Oper. Theory 5, No. 3, 941-953 (2011).

7) Cojuhari, Petru; Gheondea, Aurelian; Closely embedded Kreĭn spaces and applications to Dirac operators, J. Math. Anal. Appl. 376, No. 2, 540-550 (2011).

8) Cojuhari, Petru; Gheondea, Aurelian; Closed embeddings of Hilbert spaces, J. Math. Anal. Appl. 369, No. 1, 60-75 (2010).

9) Cojuhari, Petru A.; Nowak, Michał A. ;Projection-iterative methods for a class of difference equations, Integral Equations Oper. Theory 64, No. 2, 155-175 (2009).

10) Cojuhari, Petru; Gheondea, Aurelian; Kreĭn spaces induced by symmetric operators. J. Oper. Theory 61, No. 2, 347-367 (2009).

11) Cojuhari, P.A. Discrete spectrum in the gaps for perturbations of periodic Jacobi matrices. J. Comput. Appl. Math. 225, No. 2, 374-386 (2009).

12) Cojuhari, Petru; Janas, Jan; Unbounded Jacobi matrices with empty absolutely continuous spectrum. Bull. Pol. Acad. Sci., Math. 56, No. 1, 39-51 (2008).

13) Cojuhari, P.A.; Gomilko, A.M.; On the characterization of scalar type spectral operators.
Stud. Math. 184, No. 2, 121-132 (2008).

14) Cojuhari, P.A. On the spectrum of a class of block Jacobi matrices.
Bakonyi, Mihály (ed.) et al., Operator theory, structured matrices, and dilations. Tiberiu Constantinescu memorial volume. Bucharest: Theta (ISBN 978-973-87899-0-6). Theta Series in Advanced Mathematics 7, 137-152 (2007).

15) Cojuhari, Petru A.; Janas, Jan;
Discreteness of the spectrum for some unbounded Jacobi matrices; Acta Sci. Math. 73, No. 3-4, 649-667 (2007).

16) Cojuhari, Petru A. Finiteness of eigenvalues of the perturbed Dirac operator;
Janas, Jan (ed.) et al., Operator theory, analysis and mathematical physics. Mainly the lectures of the international conference on operator theory and its applications in mathematical physics, OTAMP 2004, Bedlewo, Poland, July 6–11, 2004. Basel: Birkhäuser (ISBN 978-3-7643-8134-9/hbk; 978-3-7643-8135-6/e-book). Operator Theory: Advances and Applications 174, 1-7 (2007).

17) Cojuhari, P.A. Estimates of the discrete spectrum of a linear operator pencil; J. Math. Anal. Appl. 326, No. 2, 1394-1409 (2007).

Informacje dodatkowe

Brak