

**AGH**AGH UNIVERSITY OF SCIENCE
AND TECHNOLOGY

Nazwa modułu zajęć:	Równania Całkowe				
Rok akademicki:	2019/2020	Kod:	AMAT-2-109-MU-s	Punkty ECTS:	4
Wydział:	Matematyki Stosowanej				
Kierunek:	Matematyka	Specjalność:	Matematyka ubezpieczeniowa		
Poziom studiów:	Studia II stopnia	Forma studiów:	Stacjonarne		
Język wykładowy:	Polski	Profil:	Ogólnoakademicki (A)	Semestr:	1
Strona www:	—				
Prowadzący moduł:	prof. zw. dr hab. Cojuhari Petru (cojuhari@agh.edu.pl)				

Treści programowe zapewniające uzyskanie efektów uczenia się dla modułu zajęć

Definicje i pojęcia teorii równań całkowych. Klasyfikacja równań oraz związek równań całkowych z równaniami różniczkowymi. Metody rozwiązywania.

Opis efektów uczenia się dla modułu zajęć

Kod MEU	Student, który zaliczył moduł zajęć zna i rozumie/potrafi/jest gotów do	Powiązania z KEU	Sposób weryfikacji i oceny efektów uczenia się osiągniętych przez studenta w ramach poszczególnych form zajęć i dla całego modułu zajęć
Wiedza: zna i rozumie			
M_W001	Student zna podstawowe definicje i pojęcia teorii równań całkowych, klasyfikację równań oraz związek równań całkowych z równaniami różniczkowymi.	MAT2A_W01	Aktywność na zajęciach, Egzamin
M_W002	Student zna metodę kolejnych przybliżeń rozwiązywania najważniejszych klas równań całkowych.	MAT2A_W10, MAT2A_W02	Aktywność na zajęciach, Egzamin
M_W003	Student zna teorię Fredholma równań całkowych.	MAT2A_W01	Aktywność na zajęciach, Egzamin
M_W004	Student zna teorię równań całkowych Wienera-Hopfa oraz umie zastosować metody operacyjne.	MAT2A_W01, MAT2A_W02	Aktywność na zajęciach, Egzamin
Umiejętności: potrafi			

M_U001	Student umie zastosować teorię równań całkowych do podstawowych zagadnień fizyki matematycznej, fizyki teoretycznej i zagadnień inżynierskich.	MAT2A_U09, MAT2A_U06, MAT2A_U16	Aktywność na zajęciach, Egzamin
M_U002	Student umie rozwiązywać równania całkowe metodami analizy numerycznej.	MAT2A_U19, MAT2A_W10	Aktywność na zajęciach, Egzamin

Liczba godzin zajęć w ramach poszczególnych form zajęć

Suma	Forma zajęć dydaktycznych										
	Wykład	Ćwiczenia audytoryjne	Ćwiczenia laboratoryjne	Ćwiczenia projektowe	Konwersatorium	Zajęcia seminaryjne	Zajęcia praktyczne	Zajęcia terenowe	Zajęcia warsztatowe	Prace kontrolne i przejściowe	Lektorat
30	30	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Matryca kierunkowych efektów uczenia się w odniesieniu do form zajęć i sposobu zaliczenia, które pozwalają na ich uzyskanie

Kod MEU	Student, który zaliczył moduł zajęć zna i rozumie/potrafi/jest gotów do	Forma zajęć dydaktycznych										
		Wykład	Ćwiczenia audytoryjne	Ćwiczenia laboratoryjne	Ćwiczenia projektowe	Konwersatorium	Zajęcia seminaryjne	Zajęcia praktyczne	Zajęcia terenowe	Zajęcia warsztatowe	Prace kontrolne i przejściowe	Lektorat
Wiedza: zna i rozumie												
M_W001	Student zna podstawowe definicje i pojęcia teorii równań całkowych, klasyfikację równań oraz związków równań całkowych z równaniami różniczkowymi.	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
M_W002	Student zna metodę kolejnych przybliżeń rozwiązywania najważniejszych klas równań całkowych.	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
M_W003	Student zna teorię Fredholma równań całkowych.	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
M_W004	Student zna teorię równań całkowych Wienera-Hopfa oraz umie zastosować metody operacyjne.	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Umiejętności: potrafi												

M_U001	Student umie zastosować teorię równań całkowych do podstawowych zagadnień fizyki matematycznej, fizyki teoretycznej i zagadnień inżynierskich.	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
M_U002	Student umie rozwiązywać równania całkowe metodami analizy numerycznej.	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

Nakład pracy studenta (bilans punktów ECTS)

Forma aktywności studenta	Obciążenie studenta
Udział w zajęciach dydaktycznych/praktyka	30 godz
Samodzielne studiowanie tematyki zajęć	63 godz
Egzamin lub kolokwium zaliczeniowe	2 godz
Dodatkowe godziny kontaktowe	5 godz
Sumaryczne obciążenie pracą studenta	100 godz
Punkty ECTS za moduł	4 ECTS

Pozostałe informacje

Szczegółowe treści kształcenia w ramach poszczególnych form zajęć (szczegółowy program wykładów i pozostałych zajęć)

Wykład

1. Wiadomości wstępne. Pojęcie równania całkowego. Związek równań całkowych z równaniami różniczkowymi. Sprowadzenie pewnych zagadnień do rozwiązania równań całkowych (pewne równania całkowe fizyki matematycznej, równania całkowe teorii potencjału, równania całkowe zagadnień Dirichleta i Neumanna, drgania własne struny oraz membrany, nacisk sztywnego stempla na sprężystą półprzestrzeń, etc.).
2. Klasyfikacja równań całkowych. Równania Fredholma i Volterra. Równania Urysona oraz Hammersteina. Równanie całkowe z jądrami zależnymi od różnicy argumentów. Równania Wienera-Hopfa. Równanie Abela i niektóre inne typy równań całkowych.
3. Metoda kolejnych przybliżeń. Rozwiązanie równań Fredholma. Konstrukcja przybliżeń. Rezolwenta Fredholma. Własności rezolwenty. Przypadek równania Volterra.
4. Metoda kolejnych przybliżeń dla równań nieliniowych. Rozwiązanie równań Hammersteina. Równania Urysona.
5. Równania całkowe z jądrem zdegenerowanym. Rozwiązanie równań Fredholma. Równania z jądrami specjalnymi. Przypadek równania Hammersteina.
6. Równanie całkowe Abela. Zagadnienie Abela. Równanie całkowe Abela i jego uogólnienia. Podstawowe metody rozwiązywania.
7. Alternatywa Fredholma. Równania całkowe z jądrami zwartymi. Twierdzenia Fredholma.
8. Równania symetryczne. Jądra symetryczne. Układy wartości własnych i funkcji

własnych. Szereg Hilberta-Schmidta. Rozwiązanie symetrycznego równania całkowego. Rezolwenta jądra symetrycznego. Własności ekstremalne wartości własnych i funkcji własnych.

9. Metoda Fredholma. Szeregi Fredholma. Wyznacznik i minory Fredholma. Wyrażenie funkcji własnych jądra przez minory Fredholma.

10. Równanie całkowe z jądrami zależnymi od różnicy argumentów. Rozwiązywanie równań typu splotu za pomocą przekształceń Laplace'a oraz Fouriera.

11. Równania na półosi z całkowalnymi jądrami. Warunki rozwiązalności. Metoda faktoryzacji.

12. Przykłady zastosowań: podstawowe zagadnienie teorii promieniowania, brzegowa refleksja fal elektromagnetycznych, zagadnienie teorii lepkości, potencjał krążka przewodzącego, etc.

13. Metody przybliżone. Zwykła metoda iteracji. Warunki zbieżności. Modyfikacje metody iteracji. Zastępowanie jądrem zdegenerowanym. Metoda Galerkina.

14. Metody przybliżone wyznaczania liczb charakterystycznych. Metoda Ritza, metoda śladów, metoda Kelloga, etc.

Metody i techniki kształcenia:

Wykład: Wykład jest klasycznym wykładem tablicowym. Mile widziana aktywność studentów podczas wykładu – np. zadawanie pytań wykładowcy.

Warunki i sposób zaliczenia poszczególnych form zajęć, w tym zasady zaliczeń poprawkowych, a także warunki dopuszczenia do egzaminu:

-

Zasady udziału w poszczególnych zajęciach, ze wskazaniem, czy obecność studenta na zajęciach jest obowiązkowa:

Wykład:

- Obecność obowiązkowa: Tak

- Zasady udziału w zajęciach: Studenci uczestniczą w zajęciach poznając kolejne treści nauczania zgodnie z sylabusem przedmiotu. Studenci winni na bieżąco zadawać pytania i wyjaśniać wątpliwości. Rejestracja audiowizualna wykładu wymaga zgody prowadzącego.

Sposób obliczania oceny końcowej

Ocena końcowa **OK** jest oceną z egzaminu **OE**.

Sposób i tryb wyrównywania zaległości powstałych wskutek nieobecności studenta na zajęciach:

Student powinien zgłosić się do prowadzącego w celu ustalenia indywidualnego sposobu nadrobienia zaległości.

Wymagania wstępne i dodatkowe, z uwzględnieniem sekwencyjności modułów

Wiedza z zakresu analizy matematycznej, teorii równań różniczkowych oraz analizy numerycznej na poziomie absolwenta studiów matematycznych I-go stopnia.

Zalecana literatura i pomoce naukowe

1. M. A. Krasnosielski i in., *Równania całkowe*, Warszawa, WNT, 1975.

2. S. G. Michlin, C. L. Smolicki, *Metody przybliżone rozwiązywania równań różniczkowych i całkowych*, Warszawa, PWN, 1970.

3. Adam Piskorek, *Równania całkowe. Elementy teorii i zastosowania*, Warszawa, WNT, 1997.

4. W. Pogorzelski, *Równania całkowe i ich zastosowania*.

T. I : Własności ogólne równań Fredholma i Volterra, Warszawa, PWN, 1953,

T. II: Układy równań całkowych, równania całkowe nieliniowe, zastosowania równań całkowych w teorii równań różniczkowych, Warszawa, PWN, 1958,

T. III : Równania całkowe mocno osobliwe, zagadnienia brzegowe w teorii funkcji analitycznych. Warszawa, PWN, 1960,

T. IV : Zastosowania równań całkowych, Warszawa, PWN, 1962.

5. K. Yosida, *Lectures on differential and integral equations*, Inter. Publ. New York, London, 1968.

Publikacje naukowe osób prowadzących zajęcia związane z tematyką modułu

1) Cojuhari, Petru; Gheondea, Aurelian; Triplets of closely embedded Hilbert spaces, *Integral Equations Oper. Theory* 81, No. 1, 1-33 (2015).

2) Cojuhari, P.A.; Grod, A.; Kuzhel, S; On the S-matrix of Schrödinger operators with non-symmetric zero-range potentials, *J. Phys. A, Math. Theor.* 47, No. 31, Article ID 315201, 23 p. (2014).

3) Cojuhari, P.A.; On the discrete spectrum of a linear operator pencil arising in transport theory, *Methods Funct. Anal. Topol.* 20, No. 1, 10-16 (2014).

4) Cojuhari, Petru; Gheondea, Aurelian; Triplets of closely embedded Dirichlet type spaces on the unit polydisc, *Complex Anal. Oper. Theory* 7, No. 5, 1525-1544 (2013).

5) Cojuhari, Petru A.; Kuzhel, Sergii; Lax-Phillips scattering theory for \square -symmetric ρ -perturbed operators, *J. Math. Phys.* 53, No. 7, 073514, 17 p. (2012).

6) Cojuhari, Petru; Gheondea, Aurelian; Embeddings, operator ranges, and Dirac operators, *Complex Anal. Oper. Theory* 5, No. 3, 941-953 (2011).

7) Cojuhari, Petru; Gheondea, Aurelian; Closely embedded Kreĭn spaces and applications to Dirac operators, *J. Math. Anal. Appl.* 376, No. 2, 540-550 (2011).

8) Cojuhari, Petru; Gheondea, Aurelian; Closed embeddings of Hilbert spaces, *J. Math. Anal. Appl.* 369, No. 1, 60-75 (2010).

9) Cojuhari, Petru A.; Nowak, Michał A. ;Projection-iterative methods for a class of difference equations, *Integral Equations Oper. Theory* 64, No. 2, 155-175 (2009).

10) Cojuhari, Petru; Gheondea, Aurelian; Kreĭn spaces induced by symmetric operators. *J. Oper. Theory* 61, No. 2, 347-367 (2009).

11) Cojuhari, P.A. Discrete spectrum in the gaps for perturbations of periodic Jacobi matrices. *J. Comput. Appl. Math.* 225, No. 2, 374-386 (2009).

12) Cojuhari, Petru; Janas, Jan; Unbounded Jacobi matrices with empty absolutely continuous spectrum. *Bull. Pol. Acad. Sci., Math.* 56, No. 1, 39-51 (2008).

13) Cojuhari, P.A.; Gomilko, A.M.; On the characterization of scalar type spectral operators. *Stud. Math.* 184, No. 2, 121-132 (2008).

14) Cojuhari, P.A. On the spectrum of a class of block Jacobi matrices.

Bakonyi, Mihály (ed.) et al., *Operator theory, structured matrices, and dilations. Tiberiu Constantinescu memorial volume*. Bucharest: Theta (ISBN 978-973-87899-0-6). Theta Series in Advanced Mathematics 7, 137-152 (2007).

15) Cojuhari, Petru A.; Janas, Jan; Discreteness of the spectrum for some unbounded Jacobi matrices; *Acta Sci. Math.* 73, No. 3-4, 649-667 (2007).

16) Cojuhari, Petru A. Finiteness of eigenvalues of the perturbed Dirac operator;

Janas, Jan (ed.) et al., *Operator theory, analysis and mathematical physics. Mainly the lectures of the international conference on operator theory and its applications in mathematical physics, OTAMP 2004, Bedlewo, Poland, July 6-11, 2004*. Basel: Birkhäuser (ISBN 978-3-7643-8134-9/hbk; 978-3-7643-8135-

6/e-book). Operator Theory: Advances and Applications 174, 1-7 (2007).

17) Cojuhari, P.A. Estimates of the discrete spectrum of a linear operator pencil; J. Math. Anal. Appl. 326, No. 2, 1394-1409 (2007).

Informacje dodatkowe

Brak