

**AGH**AGH UNIVERSITY OF SCIENCE  
AND TECHNOLOGY

Nazwa modułu zajęć:	Gry Kombinatoryczne				
Rok akademicki:	2019/2020	Kod:	AMAT-2-205-MU-s	Punkty ECTS:	6
Wydział:	Matematyki Stosowanej				
Kierunek:	Matematyka	Specjalność:	Matematyka ubezpieczeniowa		
Poziom studiów:	Studia II stopnia	Forma studiów:	Stacjonarne		
Język wykładowy:	Polski	Profil:	Ogólnoakademicki (A)	Semestr:	2
Strona www:	—				
Prowadzący moduł:	dr Mielczarek Dominik (dmielcza@wms.mat.agh.edu.pl)				

### Treści programowe zapewniające uzyskanie efektów uczenia się dla modułu zajęć

Moduł dotyczy zastosowań matematyki. Prezentowane modele matematyczne różnych gier kombinatorycznych wraz z przykładami zastosowania.

### Opis efektów uczenia się dla modułu zajęć

Kod MEU	Student, który zaliczył moduł zajęć zna i rozumie/potrafi/jest gotów do	Powiązania z KEU	Sposób weryfikacji i oceny efektów uczenia się osiągniętych przez studenta w ramach poszczególnych form zajęć i dla całego modułu zajęć
Wiedza: zna i rozumie			
M_W001	zna podstawowe pojęcia oraz twierdzenia (wraz z dowodami) z teorii gier kombinatorycznych	MAT2A_W02, MAT2A_W04	Aktywność na zajęciach, Egzamin, Kolokwium, Odpowiedź ustna
M_W002	zna podstawowe gry kombinatoryczne, zna model matematyczny odpowiadający danej grze, umie wyznaczyć strategię wygrywającą	MAT2A_U10, MAT2A_U02, MAT2A_W02	Aktywność na zajęciach, Egzamin, Kolokwium, Odpowiedź ustna
Umiejętności: potrafi			
M_U001	posługuje się pojęciem gra, P i N pozycja, funkcja SG,	MAT2A_U10, MAT2A_W08, MAT2A_U02	Aktywność na zajęciach, Egzamin, Kolokwium, Odpowiedź ustna
M_U002	potrafi zapisać grę przy pomocy grafu skierowanego, umie znaleźć funkcję SG dla danej gry oraz wyznaczyć dla niej strategię wygrywającą	MAT2A_U02, MAT2A_U16	Aktywność na zajęciach, Egzamin, Kolokwium, Odpowiedź ustna

M_U003	potrafi wykonywać działania w ciele NIM oraz zastosować je do znalezienia ruchów wygrywających	MAT2A_U17, MAT2A_U13	Aktywność na zajęciach, Egzamin, Kolokwium, Odpowiedź ustna
Kompetencje społeczne: jest gotów do			
M_K001	wie, że matematyki należy uczyć się ze zrozumieniem	MAT2A_K05, MAT2A_K02	Aktywność na zajęciach, Egzamin, Kolokwium, Odpowiedź ustna

### Liczba godzin zajęć w ramach poszczególnych form zajęć

Suma	Forma zajęć dydaktycznych										
	Wykład	Ćwiczenia audytoryjne	Ćwiczenia laboratoryjne	Ćwiczenia projektowe	Konwersatorium	Zajęcia seminaryjne	Zajęcia praktyczne	Zajęcia terenowe	Zajęcia warsztatowe	Prace kontrolne i przejściowe	Lektorat
60	30	30	0	0	0	0	0	0	0	0	0

### Matryca kierunkowych efektów uczenia się w odniesieniu do form zajęć i sposobu zaliczenia, które pozwalają na ich uzyskanie

Kod MEU	Student, który zaliczył moduł zajęć zna i rozumie/potrafi/jest gotów do	Forma zajęć dydaktycznych										
		Wykład	Ćwiczenia audytoryjne	Ćwiczenia laboratoryjne	Ćwiczenia projektowe	Konwersatorium	Zajęcia seminaryjne	Zajęcia praktyczne	Zajęcia terenowe	Zajęcia warsztatowe	Prace kontrolne i przejściowe	Lektorat
Wiedza: zna i rozumie												
M_W001	zna podstawowe pojęcia oraz twierdzenia (wraz z dowodami) z teorii gier kombinatorycznych	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-
M_W002	zna podstawowe gry kombinatoryczne, zna model matematyczny odpowiadający danej grze, umie wyznaczyć strategię wygrywającą	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Umiejętności: potrafi												
M_U001	posługuje się pojęciem gra, P i N pozycja, funkcja SG,	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-
M_U002	potrafi zapisać grę przy pomocy grafu skierowanego, umie znaleźć funkcję SG dla danej gry oraz wyznaczyć dla niej strategię wygrywającą	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-
M_U003	potrafi wykonywać działania w ciele NIM oraz zastosować je do znalezienia ruchów wygrywających	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-

Kompetencje społeczne: jest gotów do												
M_K001	wie, że matematyki należy uczyć się ze zrozumieniem	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-

## Nakład pracy studenta (bilans punktów ECTS)

Forma aktywności studenta	Obciążenie studenta
Udział w zajęciach dydaktycznych/praktyka	60 godz
Przygotowanie do zajęć	41 godz
Samodzielne studiowanie tematyki zajęć	47 godz
Egzamin lub kolokwium zaliczeniowe	2 godz
Sumaryczne obciążenie pracą studenta	150 godz
Punkty ECTS za moduł	6 ECTS

## Pozostałe informacje

### Szczegółowe treści kształcenia w ramach poszczególnych form zajęć (szczegółowy program wykładów i pozostałych zajęć)

#### Wykład

1. Proste gry Take-Away. Przykłady gier Take-Away. Indukcja wsteczna. P i N pozycje dla gier kombinatorycznych i ich rekurencyjna definicja. Charakterystyka własności.
2. Gra Nim. Gry Subtraction. Wersja Misere gry Nim. Dynamiczna wersja gier Subtraction. Zastosowanie twierdzenia Zeckendorfa w teorii gier.
3. Gry grafowe. Gry na grafach skierowanych. Funkcja Sprague-Grundego dla grafów i jej związek z P i N pozycjami dla gier kombinatorycznych.
4. Twierdzenie Boutona. Zastosowanie twierdzenia Boutona do wyznaczania ruchów wygrywających. Uogólnienie twierdzenia Boutona. Twierdzenie Moora.
5. Twierdzenie Sprague-Grandy oraz jego zastosowanie. Lasker's Nim jako przykład gry Take-and-break.
6. Suma gier kombinatorycznych. Twierdzenie o funkcji SG dla sumy gier. Suma grafów skierowanych.
7. Gry kombinatoryczne polegające na zamianie monet. Równoważność gier kombinatorycznych. Gry Subtractions jako gry polegające na zamianie monet. Gry Twins i Mock Turtles. "Dobre" i "złe" liczby.
8. Dwuwymiarowe gry polegające na zamianie monet. Acrostic Twins, Turning Corners i Rugs jako przykłady gier dwuwymiarowych.
9. Twierdzenie Tartana. Zastosowanie twierdzenia Tartana do wyznaczania ruchów wygrywających.
10. Nim mnożenie i jego własności. Związek między twierdzeniem Tartana a NIM mnożeniem.
11. Green Hackenbush. Zasada Colon oraz zasada Fusion.
12. Rims. P i N pozycje w grze Rims.
13. Staircase Nim. P i N pozycje w grze Staircase Nim.

## 14. Wythoff Nim. P i N pozycje w grze Wythoff Nim.

Wszystkie twierdzenia zostaną podane z dowodami.

Program ćwiczeń pokrywa się z programem wykładów. Przewidziane są 2 kolokwia w ciągu semestru.

### Ćwiczenia audytoryjne

Program ćwiczeń pokrywa się z programem wykładów

Rozwiązywanie zadań ilustrujących treści prezentowane na wykładach. Przewidziane są 2 kolokwia w ciągu semestru.

### Metody i techniki kształcenia:

Wykład: Treści prezentowane na wykładzie są przekazywane w formie prezentacji multimedialnej w połączeniu z klasycznym wykładem tablicowym wzbogaconymi o pokazy odnoszące się do prezentowanych zagadnień.

Ćwiczenia audytoryjne: Podczas zajęć audytoryjnych studenci na tablicy rozwiązują zadane wcześniej problemy. Prowadzący na bieżąco dokonuje stosowanych wyjaśnień i moderuje dyskusję z grupą nad danym problemem.

### Warunki i sposób zaliczenia poszczególnych form zajęć, w tym zasady zaliczeń poprawkowych, a także warunki dopuszczenia do egzaminu:

Warunkiem koniecznym dopuszczenia do egzaminu jest posiadanie oceny pozytywnej z ćwiczeń. Dwa terminy zaliczeń poprawkowych są skorelowane czasowo z egzaminami poprawkowymi.

### Zasady udziału w poszczególnych zajęciach, ze wskazaniem, czy obecność studenta na zajęciach jest obowiązkowa:

Wykład:

- Obecność obowiązkowa: Tak  
- Zasady udziału w zajęciach: Studenci uczestniczą w zajęciach poznając kolejne treści nauczania zgodnie z sylabusem przedmiotu. Studenci winni na bieżąco zadawać pytania i wyjaśniać wątpliwości. Rejestracja audiowizualna wykładu wymaga zgody prowadzącego.

Ćwiczenia audytoryjne:

- Obecność obowiązkowa: Tak  
- Zasady udziału w zajęciach: Studenci przystępując do ćwiczeń są zobowiązani do przygotowania się w zakresie wskazanym każdorazowo przez prowadzącego (np. w formie zestawów zadań). Ocena pracy studenta może bazować na wypowiedziach ustnych lub pisemnych w formie kolokwium, co zgodnie z regulaminem studiów AGH przekłada się na ocenę końcową z tej formy zajęć.

### Sposób obliczania oceny końcowej

1. Warunkiem koniecznym dopuszczenia do egzaminu jest posiadanie oceny pozytywnej z ćwiczeń.

2. Ocenę końcową **OK** wyznacza się na podstawie średniej ważonej **SW** obliczonej według wzoru

$$SW = 0,49 SOC + 0,51 SOE,$$

gdzie **SOC** jest średnią arytmetyczną ocen uzyskanych we wszystkich terminach zaliczeń z ćwiczeń, a **SOE** jest średnią arytmetyczną ocen uzyskanych we wszystkich terminach z egzaminu.

3. Ocena końcowa **OK** jest obliczana według algorytmu:

Jeżeli  $SW \geq 4.75$ , to  $OK = 5.0$  (bdb),

jeżeli  $4.75 > SW \geq 4.25$ , to  $OK = 4.5$  (db),

jeżeli  $4.25 > SW \geq 3.75$ , to  $OK = 4.0$  (db),

jeżeli  $3.75 > SW \geq 3.25$ , to  $OK = 3.5$  (dst),

jeżeli  $3.25 > SW \geq 3.00$ , to  $OK = 3.0$  (dst).

### **Sposób i tryb wyrównywania zaległości powstałych wskutek nieobecności studenta na zajęciach:**

Student powinien zgłosić się do prowadzącego w celu ustalenia indywidualnego sposobu nadrobienia zaległości.

### **Wymagania wstępne i dodatkowe, z uwzględnieniem sekwencyjności modułów**

Nie podano wymagań wstępnych lub dodatkowych.

### **Zalecana literatura i pomoce naukowe**

1. E. R. Berlekamp, J. H. Conway and R. K. Guy, Winning Ways for your mathematical plays, vols. 1 and 2, Academic Press, New York, 1982.
2. J. H. Conway, On Numbers and Games, Academic Press, New York, 1976.
3. T.S. Ferguson, Game Theory, [http://www.math.ucla.edu/~tom/Game\\_Theory/Contents.html](http://www.math.ucla.edu/~tom/Game_Theory/Contents.html)
4. G. Owen, Teoria Gier, PWN, 1984.
5. P. Straffin, Game Theory and Strategy, Mathematical Association of America, 1993.

### **Publikacje naukowe osób prowadzących zajęcia związane z tematyką modułu**

1. Szlachtowska, Ewa; Mielczarek, Dominik; Generalized duality mapping; J. Indian Math. Soc., New Ser. 82, No. 1-2, 169-183 (2015).
2. Góra, Michał; Mielczarek, Dominik; Comments on "necessary and sufficient stability condition of fractional-order interval linear systems" [Automatica 44 (2008), 2985-2988]; Automatica 50, No. 10, 2734-2735 (2014).
3. Rydlewski, Jerzy P.; Mielczarek, Dominik; On the maximum likelihood estimator in the generalized beta regression model; Opusc. Math. 32, No. 4, 761-774 (2012).
4. Szlachtowska, Ewa; Mielczarek, Dominik; On the uniqueness of minimal projections in Banach spaces. Opusc. Math. 32, No. 3, 579-590 (2012).
5. Mielczarek, Dominik; Minimal and co-minimal projections in spaces of continuous functions; Opusc. Math. 30, No. 4, 457-464 (2010).

### **Informacje dodatkowe**

Na II stopniu studiów moduł może być także zaliczany bez egzaminu ( wykład, ćwiczenia audytoryjne, zaliczenie ćwiczeń, 4 ECTS).