

**AGH**AGH UNIVERSITY OF SCIENCE  
AND TECHNOLOGY

Nazwa modułu zajęć:	Analiza Funkcjonalna *				
Rok akademicki:	2019/2020	Kod:	AMAT-2-020-MI-s	Punkty ECTS:	6
Wydział:	Matematyki Stosowanej				
Kierunek:	Matematyka	Specjalność:	Matematyka w informatyce		
Poziom studiów:	Studia II stopnia	Forma studiów:	Stacjonarne		
Język wykładowy:	Polski	Profil:	Ogólnoakademicki (A)	Semestr:	0
Strona www:	—				
Prowadzący moduł:	dr hab. Rudol Krzysztof (rudol@agh.edu.pl)				

### Treści programowe zapewniające uzyskanie efektów uczenia się dla modułu zajęć

Podstawowy kurs analizy funkcjonalnej.

### Opis efektów uczenia się dla modułu zajęć

Kod MEU	Student, który zaliczył moduł zajęć zna i rozumie/potrafi/jest gotów do	Powiązania z KEU	Sposób weryfikacji i oceny efektów uczenia się osiągniętych przez studenta w ramach poszczególnych form zajęć i dla całego modułu zajęć
Wiedza: zna i rozumie			
M_W001	Ma pogłębioną wiedzę w wybranej dziedzinie matematyki teoretycznej lub stosowanej	MAT2A_W03, MAT2A_U01, MAT2A_W01	Egzamin
M_W002	zna powiązania zagadnień wybranej dziedziny z innymi działami matematyki teoretycznej i stosowanej	MAT2A_U04, MAT2A_W07	Aktywność na zajęciach
Umiejętności: potrafi			
M_U001	posługuje się językiem oraz metodami analizy funkcjonalnej w zagadnieniach analizy matematycznej i jej zastosowaniach, w szczególności wykorzystuje własności klasycznych przestrzeni Banacha i Hilberta	MAT2A_K02, MAT2A_U09	Egzamin

M_U002	umie, na poziomie zaawansowanym i obejmującym matematykę współczesną, stosować oraz przedstawiać w mowie i na piśmie, metody co najmniej jednej wybranej gałęzi matematyki: analizy matematycznej i analizy funkcjonalnej, teorii równań różniczkowych...	MAT2A_U13, MAT2A_K06	Egzamin
--------	---	-------------------------	---------

### Liczba godzin zajęć w ramach poszczególnych form zajęć

Suma	Forma zajęć dydaktycznych										
	Wykład	Ćwiczenia audytoryjne	Ćwiczenia laboratoryjne	Ćwiczenia projektowe	Konwersatorium	Zajęcia seminaryjne	Zajęcia praktyczne	Zajęcia terenowe	Zajęcia warsztatowe	Prace kontrolne i przejściowe	Lektorat
60	30	30	0	0	0	0	0	0	0	0	0

### Matryca kierunkowych efektów uczenia się w odniesieniu do form zajęć i sposobu zaliczenia, które pozwalają na ich uzyskanie

Kod MEU	Student, który zaliczył moduł zajęć zna i rozumie/potrafi/jest gotów do	Forma zajęć dydaktycznych										
		Wykład	Ćwiczenia audytoryjne	Ćwiczenia laboratoryjne	Ćwiczenia projektowe	Konwersatorium	Zajęcia seminaryjne	Zajęcia praktyczne	Zajęcia terenowe	Zajęcia warsztatowe	Prace kontrolne i przejściowe	Lektorat
Wiedza: zna i rozumie												
M_W001	Ma pogłębioną wiedzę w wybranej dziedzinie matematyki teoretycznej lub stosowanej	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-
M_W002	zna powiązania zagadnień wybranej dziedziny z innymi działami matematyki teoretycznej i stosowanej	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Umiejętności: potrafi												
M_U001	posługuje się językiem oraz metodami analizy funkcjonalnej w zagadnieniach analizy matematycznej i jej zastosowaniach, w szczególności wykorzystuje własności klasycznych przestrzeni Banacha i Hilberta	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-

M_U002	umie, na poziomie zaawansowanym i obejmującym matematykę współczesną, stosować oraz przedstawiać w mowie i na piśmie, metody co najmniej jednej wybranej gałęzi matematyki: analizy matematycznej i analizy funkcjonalnej, teorii równań różniczkowych...	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-
--------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

## Nakład pracy studenta (bilans punktów ECTS)

Forma aktywności studenta	Obciążenie studenta
Udział w zajęciach dydaktycznych/praktyka	60 godz
Przygotowanie do zajęć	30 godz
Samodzielne studiowanie tematyki zajęć	60 godz
Egzamin lub kolokwium zaliczeniowe	2 godz
Sumaryczne obciążenie pracą studenta	152 godz
Punkty ECTS za moduł	6 ECTS

## Pozostałe informacje

### Szczegółowe treści kształcenia w ramach poszczególnych form zajęć (szczegółowy program wykładów i pozostałych zajęć)

#### Wykład

##### Przykłady przestrzeni unormowanych

Przestrzeń euklidesowa, przestrzenie ciągów:  $c$ ,  $c_0$ ,  $m$ ,  $L_p$ , przestrzenie funkcji ciągłych, całkowalnych, przestrzenie Lebesgue'a ( $L_p$ ), przestrzenie Sobolewa.

##### Topologia przestrzeni unormowanej

Zbieżność w konkretnych przestrzeniach. Zbiory gęste. Ośrodkowość.

##### Przestrzenie Banacha

Podstawowe operacje na przestrzeniach Banacha: przestrzenie ilorazowe, sumy proste. Podprzestrzenie.

##### Ciągły funkcjonal liniowe, ich przedłużenie

Twierdzenie Hahna-Banacha, najważniejsze wnioski.

##### Przestrzenie sprzężone

Przykłady. Przestrzenie refleksywne. Topologie: słaba i  $\bullet$ -słaba.

##### Operatory liniowe w przestrzeniach unormowanych

Ograniczoność a ciągłość. Przestrzeń operatorów ograniczonych w przestrzeniach Banacha. Operator sprzężony.

##### Zbieżność ciągów operatorów

Rodzaje zbieżności ciągów operatorów jednostajna, silna oraz słaba. Twierdzenie Banacha-Steinhaus.

Twierdzenie o odwzorowaniu otwartym

Twierdzenia Banacha o odwzorowaniu otwartym oraz o wykresie domkniętym, o odwzorowaniu odwrotnym.

Widmo i rezolwenta operatora liniowego

Rezolwenta operatora liniowego. Widmo operatora. Klasyfikacja widma. Przykłady.

Operatory zwarte

Podstawowe własności. Widmo operatora zwartego.

Przestrzeń Hilberta

Przykłady przestrzeni Hilberta. Ortogonalność. Rzut na podprzestrzeń.

Układy ortonormalne

Szeregi Fouriera. Nierówność Bessla. Baza przestrzeni Hilberta. Tożsamość Parsewala. Zagadnienie najlepszej aproksymacji. Twierdzenie Riesz-Fischer.

Operatory liniowe w przestrzeni Hilberta

Formy dwuliniowe a operatory. Operatory samosprężone. Twierdzenie o widmie operatora samosprężonego. Operatory unitarne.

Operatory dodatnie

Pierwiastek kwadratowy z operatora dodatniego. Rozkład spektralny operatora samosprężonego. Twierdzenie spektralne dla operatorów samosprężonych (bez dowodu).

Operatory gęsto określone

Operator domknięty i domykalny, rdzeń operatora, przykłady, związek z mechaniką kwantową. Różnica pomiędzy pojęciami: symetrii i samosprężoności. Ogólne twierdzenie spektralne (bez dowodu).

**Ćwiczenia audytoryjne**

-

**Metody i techniki kształcenia:**

Wykład: Wykład jest klasycznym wykładem tablicowym. Mile widziana aktywność studentów podczas wykładu - np. zadawanie pytań wykładowcy.

Ćwiczenia audytoryjne: Podczas zajęć audytoryjnych studenci na tablicy rozwiązują zadane wcześniej problemy. Prowadzący na bieżąco dokonuje stosowanych wyjaśnień i moderuje dyskusję z grupą nad danym problemem.

**Warunki i sposób zaliczenia poszczególnych form zajęć, w tym zasady zaliczeń poprawkowych, a także warunki dopuszczenia do egzaminu:**

Dwa zaliczenia poprawkowe w terminach skorelowanych z egzaminami poprawkowymi.

**Zasady udziału w poszczególnych zajęciach, ze wskazaniem, czy obecność studenta na zajęciach jest obowiązkowa:**

Wykład:

- Obecność obowiązkowa: Tak

- Zasady udziału w zajęciach: Studenci uczestniczą w zajęciach poznając kolejne treści nauczania zgodnie z sylabusem przedmiotu. Studenci winni na bieżąco zadawać pytania i wyjaśniać wątpliwości. Rejestracja audiowizualna wykładu wymaga zgody prowadzącego.

#### Ćwiczenia audytoryjne:

- Obecność obowiązkowa: Tak

- Zasady udziału w zajęciach: Studenci przystępując do ćwiczeń są zobowiązani do przygotowania się w zakresie wskazanym każdorazowo przez prowadzącego (np. w formie zestawów zadań). Ocena pracy studenta może bazować na wypowiedziach ustnych lub pisemnych w formie kolokwium, co zgodnie z regulaminem studiów AGH przekłada się na ocenę końcową z tej formy zajęć.

### Sposób obliczania oceny końcowej

1. Ocenę końcową **OK** wyznacza się na podstawie oceny uzyskanej podczas egzaminu. Średniej ważonej **SW** obliczonej według wzoru

$$OK = OE,$$

gdzie **OE** jest oceną uzyskaną z egzaminu.

2. Ocena końcowa **OK** jest obliczana według algorytmu:

Jeżeli  $SW \geq 4.75$ , to **OK** = 5.0 (bdb),

jeżeli  $4.75 > OE \geq 4.25$ , to **OK** = 4.5 (db),

jeżeli  $4.25 > SE \geq 3.75$ , to **OK** = 4.0 (db),

jeżeli  $3.75 > SE \geq 3.25$ , to **OK** = 3.5 (dst),

jeżeli  $3.25 > SE \geq 3.00$ , to **OK** = 3.0 (dst).

### Sposób i tryb wyrównywania zaległości powstałych wskutek nieobecności studenta na zajęciach:

Student powinien zgłosić się do prowadzącego w celu ustalenia indywidualnego sposobu nadrobienia zaległości.

### Wymagania wstępne i dodatkowe, z uwzględnieniem sekwencyjności modułów

Kurs analizy matematycznej obejmujący teorię miary i całki Lebesgue'a. Elementy algebry liniowej i topologii ogólnej.

### Zalecana literatura i pomoce naukowe

1. A. Alexiewicz, *Analiza funkcjonalna*, Warszawa, PWN, 1969.

2. S. G. Krein (red.), *Analiza funkcjonalna*, Warszawa, PWN, 1967.

3. L. A. Lusternik, W. I. Sobolew, *Elementy analizy funkcjonalnej*, Warszawa, PWN, 1999.

4. J. Musielak, *Wstęp do analizy funkcjonalnej*, Warszawa, PWN, 1989.

5. W. Rudin, *Analiza funkcjonalna*, Warszawa, PWN, 2002.

6. S. Prus, A. Stachura, *Analiza funkcjonalna w zadaniach*, Warszawa, PWN, 2007.

7. K. Rudol, *Zbiór zadań z analizy funkcjonalnej, Cz.I*, UWND AGH, Kraków 2008.

8. K. Rudol, M. Malejki, *Analiza funkcjonalna: kurs podstawowy*, wyd. AGH.

### Publikacje naukowe osób prowadzących zajęcia związane z tematyką modułu

- (W.Mikołajczyk, K.Rudol) Matrices of operators on some function spaces,

Current Trends in Analysis and Its Applications, Proc. of the 9th ISAAC

Congress, Kraków 2013, V.V. Mityushev, M.V. Ruzhansky, Eds., Birkhauser, (2015), 689-694.

- (K. Rudol) Matrices related to some Fock space operators, Opuscula Math. 31, (2011), 289-296.

- (M.Kosiek, K.Rudol) Dual algebras and A-measures, Journal of function spaces, 01/2014; 1-8.

- (K. Rudol) Corona theorem and isometries, Opuscula Math. 24 (2004),123-131.

- (K. Rudol) Spectra of subnormal pairs, Opuscula Math. 27, (2007), 301-304.

- (Z.Ambroziński, K.Rudol) Matrices defined by frames, Opuscula Math. 29 (2009), 365-375.

- K. Rudol, *Zbiór zadań z analizy funkcjonalnej, Cz.I*, UWND AGH, Kraków 2008.

## **Informacje dodatkowe**

Brak