

**AGH**AGH UNIVERSITY OF SCIENCE  
AND TECHNOLOGY

Nazwa modułu zajęć: Geometria Różniczkowa

Rok akademicki: 2019/2020 Kod: AMAT-2-109-MN-s Punkty ECTS: 6

Wydział: Matematyki Stosowanej

Kierunek: Matematyka Specjalność: Matematyka w naukach technicznych i przyrodniczych

Poziom studiów: Studia II stopnia Forma studiów: Stacjonarne

Język wykładowy: Polski Profil: Ogólnoakademicki (A) Semestr: 1

Strona www: —

Prowadzący moduł: prof. dr hab. Rybicki Tomasz (tomasz@agh.edu.pl)

**Treści programowe zapewniające uzyskanie efektów uczenia się dla modułu zajęć**

Pojęcia i twierdzenia wraz z wybranymi dowodami z dziedziny geometrii różniczkowej. Całkowanie form różniczkowych. Inne zagadnienia.

**Opis efektów uczenia się dla modułu zajęć**

| Kod MEU               | Student, który zaliczył moduł zajęć zna i rozumie/potrafi/jest gotów do   | Powiązania z KEU                                      | Sposób weryfikacji i oceny efektów uczenia się osiągniętych przez studenta w ramach poszczególnych form zajęć i dla całego modułu zajęć |
|-----------------------|---|---|---|
| Wiedza: zna i rozumie |   |   |   |
| M_W001                | Zna podstawowe pojęcia z zakresu algebry wieloliniowej (np. tensor, k-forma), posiada pogłębioną wiedzę z zakresu algebry                           | MAT2A_U08, MAT2A_U10, MAT2A_W01, MAT2A_W02, MAT2A_W04 | Aktywność na zajęciach, Egzamin, Kolokwium, Odpowiedź ustna   |
| M_W002                | Zna podstawowe pojęcia i twierdzenia wraz z wybranymi dowodami z dziedziny geometrii różniczkowej   | MAT2A_U08, MAT2A_U04, MAT2A_W01, MAT2A_U16, MAT2A_W03 | Aktywność na zajęciach, Egzamin, Kolokwium, Odpowiedź ustna   |
| Umiejętności: potrafi |   |   |   |
| M_U001                | Posiada podstawową wiedzę na temat historii geometrii, związków geometrii z innymi działami matematyki oraz z naukami przyrodniczymi i technicznymi | MAT2A_W07, MAT2A_W01, MAT2A_W04                       | Aktywność na zajęciach, Egzamin, Kolokwium, Odpowiedź ustna   |

|        |   |  |   |
|--------|---|--|---|
| M_U002 | Posługuje się pojęciami teorii grup i innych struktur algebraicznych                        | MAT2A_U08, MAT2A_U10, MAT2A_U04, MAT2A_U01 | Aktywność na zajęciach, Egzamin, Kolokwium, Odpowiedź ustna |
| M_U003 | Potrafi posługiwać się pojęciem różniczkowości gładkiej i zna podstawy rachunku tensorowego | MAT2A_U08, MAT2A_U10, MAT2A_U04, MAT2A_U01 | Aktywność na zajęciach, Egzamin, Kolokwium, Odpowiedź ustna |

### Liczba godzin zajęć w ramach poszczególnych form zajęć

| Suma | Forma zajęć dydaktycznych |                       |                         |                      |                |                     |                    |                  |                     |                               |          |
|------|---------------------------|-----------------------|-------------------------|----------------------|----------------|---------------------|--------------------|------------------|---------------------|-------------------------------|----------|
|      | Wykład                    | Ćwiczenia audytoryjne | Ćwiczenia laboratoryjne | Ćwiczenia projektowe | Konwersatorium | Zajęcia seminaryjne | Zajęcia praktyczne | Zajęcia terenowe | Zajęcia warsztatowe | Prace kontrolne i przejściowe | Lektorat |
| 60   | 30                        | 30                    | 0                       | 0                    | 0              | 0                   | 0                  | 0                | 0                   | 0                             | 0        |

### Matryca kierunkowych efektów uczenia się w odniesieniu do form zajęć i sposobu zaliczenia, które pozwalają na ich uzyskanie

| Kod MEU               | Student, który zaliczył moduł zajęć zna i rozumie/potrafi/jest gotów do   | Forma zajęć dydaktycznych |                       |                         |                      |                |                     |                    |                  |                     |                               |          |
|-----------------------|---|---------------------------|-----------------------|-------------------------|----------------------|----------------|---------------------|--------------------|------------------|---------------------|-------------------------------|----------|
|                       |   | Wykład                    | Ćwiczenia audytoryjne | Ćwiczenia laboratoryjne | Ćwiczenia projektowe | Konwersatorium | Zajęcia seminaryjne | Zajęcia praktyczne | Zajęcia terenowe | Zajęcia warsztatowe | Prace kontrolne i przejściowe | Lektorat |
| Wiedza: zna i rozumie |   |                           |                       |                         |                      |                |                     |                    |                  |                     |                               |          |
| M_W001                | Zna podstawowe pojęcia z zakresu algebry wieloliniowej (np. tensor, k-forma), posiada pogłębioną wiedzę z zakresu algebry                           | +                         | +                     | -                       | -                    | -              | -                   | -                  | -                | -                   | -                             | -        |
| M_W002                | Zna podstawowe pojęcia i twierdzenia wraz z wybranymi dowodami z dziedziny geometrii różniczkowej   | +                         | +                     | -                       | -                    | -              | -                   | -                  | -                | -                   | -                             | -        |
| Umiejętności: potrafi |   |                           |                       |                         |                      |                |                     |                    |                  |                     |                               |          |
| M_U001                | Posiada podstawową wiedzę na temat historii geometrii, związków geometrii z innymi działami matematyki oraz z naukami przyrodniczymi i technicznymi | +                         | +                     | -                       | -                    | -              | -                   | -                  | -                | -                   | -                             | -        |
| M_U002                | Posługuje się pojęciami teorii grup i innych struktur algebraicznych  | +                         | +                     | -                       | -                    | -              | -                   | -                  | -                | -                   | -                             | -        |

|        |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|--------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| M_U003 | Potrafi posługiwać się pojęciem różniczkowości gładkiej i zna podstawy rachunku tensorowego | + | + | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
|--------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

## Nakład pracy studenta (bilans punktów ECTS)

| Forma aktywności studenta                 | Obciążenie studenta |
|---|---------------------|
| Udział w zajęciach dydaktycznych/praktyka | 60 godz             |
| Przygotowanie do zajęć                    | 32 godz             |
| Samodzielne studiowanie tematyki zajęć    | 51 godz             |
| Egzamin lub kolokwium zaliczeniowe        | 2 godz              |
| Dodatkowe godziny kontaktowe              | 5 godz              |
| Sumaryczne obciążenie pracą studenta      | 150 godz            |
| Punkty ECTS za moduł                      | 6 ECTS              |

## Pozostałe informacje

### Szczegółowe treści kształcenia w ramach poszczególnych form zajęć (szczegółowy program wykładów i pozostałych zajęć)

#### Wykład

##### Wstęp

Przypomnienie podstawowych wiadomości dotyczących grup i innych struktur algebraicznych. Działanie grupy na zbiór.

##### Grupy topologiczne

Pojęcie grupy topologicznej wraz z podstawowymi własnościami. Grupy i algebry macierzy (ortogonalne, hermitowskie, symplektyczne, specjalne). Definicja i własności odwzorowania wykładniczego.

##### Geometria jako teoria niezmienników grup przekształceń

Rola odwzorowania wykładniczego.

##### Elementy algebry wieloliniowej

Iloczyn tensorowy i potęga zewnętrzna.

##### Różniczkowość

Pojęcie różniczkowości, atlasu, mapy i struktury różniczkowej. Przestrzeń styczna (dwie definicje).

##### Podróżniczkowość

Odwzorowanie styczne (różniczkowość). Podróżniczkowość. Wiązki styczne i kostyczne oraz wiązki wektorowe. Pola wektorowe.

##### Różniczkowość zewnętrzna

Pola wektorowe (kontynuacja), przepływy, krzywe całkowe. Algebra Liego pól wektorowych. Formy różniczkowe. Różniczkowość zewnętrzna, iloczyn zewnętrzny i wewnętrzny, pochodna Liego.

#### Twierdzenie Stokesa

Powierzchnie gładkie w przestrzeni euklidesowej. Całkowanie form różniczkowych, twierdzenie Stokesa.

#### Pola potencjalne

Całkowanie form różniczkowych (kontynuacja). Potencjał, pole potencjalne, warunki konieczne i wystarczające dla potencjalności pola.

#### Symbole Christoffla

Koneksja afiniczna, przeniesienie równoległe, pochodna kowariantna. Symbole Christoffla.

#### Geodezyjne

Krzywizna, skręcenie, równania strukturalne. Geodezyjne i ich własności.

#### Rozmaitości riemannowskie

Tensor metryczny, rozmaitość riemannowska. Koneksja riemannowska, jej charakterystyka i własności.

#### Lemat Schura

Zupełność i twierdzenie Hopfa – Rinova. Krzywizna sekcyjna. Lemat Schura.

#### Grupy Liego

Grupy Liego i ich algebry Liego. Odwzorowanie wykładnicze. Homomorfizmy grup i algebr Liego.

### **Ćwiczenia audytoryjne**

Rozwiązywanie zadań ilustrujących treści przekazywane na wykładach

### **Metody i techniki kształcenia:**

Wykład: Wykład jest klasycznym wykładem tablicowym. Mile widziana aktywność studentów podczas wykładu – np. zadawanie pytań wykładowcy.

Ćwiczenia audytoryjne: Podczas zajęć audytoryjnych studenci na tablicy rozwiązują zadane wcześniej problemy. Prowadzący na bieżąco dokonuje stosowanych wyjaśnień i moderuje dyskusję z grupą nad danym problemem.

### **Warunki i sposób zaliczenia poszczególnych form zajęć, w tym zasady zaliczeń poprawkowych, a także warunki dopuszczenia do egzaminu:**

Warunkiem koniecznym dopuszczenia do egzaminu jest posiadanie oceny pozytywnej z ćwiczeń. Dwa terminy zaliczeń poprawkowych są skorelowane czasowo z egzaminami poprawkowymi.

### **Zasady udziału w poszczególnych zajęciach, ze wskazaniem, czy obecność studenta na zajęciach jest obowiązkowa:**

Wykład:

– Obecność obowiązkowa: Tak

– Zasady udziału w zajęciach: Studenci uczestniczą w zajęciach poznając kolejne treści nauczania zgodnie z sylabusem przedmiotu. Studenci winni na bieżąco zadawać pytania i wyjaśniać wątpliwości. Rejestracja audiowizualna wykładu wymaga zgody prowadzącego.

Ćwiczenia audytoryjne:

– Obecność obowiązkowa: Tak

– Zasady udziału w zajęciach: Studenci przystępując do ćwiczeń są zobowiązani do przygotowania się w zakresie wskazanym każdorazowo przez prowadzącego (np. w formie zestawów zadań). Ocena pracy studenta może bazować na wypowiedziach ustnych lub pisemnych w formie kolokwium, co zgodnie z regulaminem studiów AGH przekłada się na ocenę końcową z tej formy zajęć.

### Sposób obliczania oceny końcowej

1. Warunkiem koniecznym dopuszczenia do egzaminu jest posiadanie oceny pozytywnej z ćwiczeń.
2. Ocenę końcową **OK** wyznacza się na podstawie średniej ważonej **SW** obliczonej według wzoru  $SW = 1/2 OC + 1/2 OE$ ,  
gdzie **OC** jest oceną uzyskaną z ćwiczeń,  
a **OE** jest oceną uzyskaną z egzaminu.
3. Ocena końcowa **OK** jest obliczana według algorytmu:  
Jeżeli  $SW \geq 4.75$ , to **OK** = 5.0 (bdb),  
jeżeli  $4.75 > SW \geq 4.25$ , to **OK** = 4.5 (db),  
jeżeli  $4.25 > SW \geq 3.75$ , to **OK** = 4.0 (db),  
jeżeli  $3.75 > SW \geq 3.25$ , to **OK** = 3.5 (dst),  
jeżeli  $3.25 > SW \geq 3.00$ , to **OK** = 3.0 (dst).
4. Niewielkie odstępstwa są możliwe w zależności od kompetencji egzaminowanego wykazanej w czasie egzaminu

### Sposób i tryb wyrównywania zaległości powstałych wskutek nieobecności studenta na zajęciach:

Student powinien zgłosić się do prowadzącego w celu ustalenia indywidualnego sposobu nadrobienia zaległości.

### Wymagania wstępne i dodatkowe, z uwzględnieniem sekwencyjności modułów

Nie podano wymagań wstępnych lub dodatkowych.

### Zalecana literatura i pomoce naukowe

1. J. Gancarzewicz, *Geometria różniczkowa*, BM, PWN 1985.
2. S. Helgason, *Differential Geometry and Symmetric Spaces*, Academic Press 1962.
3. W. Wojtyński, *Grupy i Algebry Liego*, BM, PWN 1986.

### Publikacje naukowe osób prowadzących zajęcia związane z tematyką modułu

1. Haller, Stefan; Rybicki, Tomasz; Teichmann, Josef; Smooth perfectness for the group of diffeomorphism; *J. Geom. Mech.* 5, No. 3, 281-294 (2013).
2. Rubin, Matatyahu; Rybicki, Tomasz; Isomorphisms between groups of equivariant homeomorphisms of G-manifolds with one orbit type; *Topology Appl.* 159, No. 12, 2899-2908 (2012).
3. Rybicki, Tomasz; Correspondence between diffeomorphism groups and singular foliations; *Ann. Pol. Math.* 103, No. 1, 27-35 (2012).
4. Kowalik, Agnieszka; Rybicki, Tomasz; On the homeomorphism groups of manifolds and their universal coverings; *Cent. Eur. J. Math.* 9, No. 6, 1217-1231 (2011).
5. Rybicki, Tomasz; Locally continuously perfect groups of homeomorphisms; *Ann. Global Anal. Geom.* 40, No. 2, 191-202 (2011).
6. Michalik, Ilona; Rybicki, Tomasz; On the structure of the commutator subgroup of certain homeomorphism groups; *Topology Appl.* 158, No. 11, 1314-1324 (2011).
7. Rybicki, Tomasz; Boundedness of certain automorphism groups of an open manifold; *Geom. Dedicata* 151, 175-186 (2011).

### Informacje dodatkowe

Brak