

**AGH**AGH UNIVERSITY OF SCIENCE  
AND TECHNOLOGY

Nazwa modułu zajęć: Geometria Różniczkowa ()

Rok akademicki: 2019/2020 Kod: AMAT-2-308-MN-s Punkty ECTS: 4

Wydział: Matematyki Stosowanej

Kierunek: Matematyka Specjalność: Matematyka w naukach technicznych i przyrodniczych

Poziom studiów: Studia II stopnia Forma studiów: Stacjonarne

Język wykładowy: Polski Profil: Ogólnoakademicki (A) Semestr: 3

Strona www: —

Prowadzący moduł: prof. dr hab. Rybicki Tomasz (tomasz@agh.edu.pl)

**Treści programowe zapewniające uzyskanie efektów uczenia się dla modułu zajęć**

Pojęcia i twierdzenia wraz z wybranymi dowodami z dziedziny geometrii różniczkowej. Całkowanie form różniczkowych. Inne zagadnienia.

**Opis efektów uczenia się dla modułu zajęć**

Kod MEU	Student, który zaliczył moduł zajęć zna i rozumie/potrafi/jest gotów do	Powiązania z KEU	Sposób weryfikacji i oceny efektów uczenia się osiągniętych przez studenta w ramach poszczególnych form zajęć i dla całego modułu zajęć
Wiedza: zna i rozumie			
M_W001	Zna podstawowe pojęcia z zakresu algebry wieloliniowej (np. tensor, k-forma), posiada pogłębioną wiedzę z zakresu algebry	MAT2A_U08, MAT2A_U10, MAT2A_W01, MAT2A_W02, MAT2A_W04	Aktywność na zajęciach, Kolokwium, Odpowiedź ustna
M_W002	Zna podstawowe pojęcia i twierdzenia wraz z wybranymi dowodami z dziedziny geometrii różniczkowej	MAT2A_U08, MAT2A_U04, MAT2A_W01, MAT2A_U16, MAT2A_W03	Aktywność na zajęciach, Kolokwium, Odpowiedź ustna
Umiejętności: potrafi			
M_U001	Posiada podstawową wiedzę na temat historii geometrii, związków geometrii z innymi działami matematyki oraz z naukami przyrodniczymi i technicznymi	MAT2A_W07, MAT2A_W01, MAT2A_W04	Aktywność na zajęciach, Kolokwium, Odpowiedź ustna

M_U002	Posługuje się pojęciami teorii grup i innych struktur algebraicznych	MAT2A_U08, MAT2A_U10, MAT2A_U04, MAT2A_U01	Aktywność na zajęciach, Kolokwium, Odpowiedź ustna
M_U003	Potrafi posługiwać się pojęciem różniczkowości gładkiej i zna podstawy rachunku tensorowego	MAT2A_U08, MAT2A_U10, MAT2A_U04, MAT2A_U01	Aktywność na zajęciach, Kolokwium, Odpowiedź ustna

### Liczba godzin zajęć w ramach poszczególnych form zajęć

Suma	Forma zajęć dydaktycznych										
	Wykład	Ćwiczenia audytoryjne	Ćwiczenia laboratoryjne	Ćwiczenia projektowe	Konwersatorium	Zajęcia seminaryjne	Zajęcia praktyczne	Zajęcia terenowe	Zajęcia warsztatowe	Prace kontrolne i przejściowe	Lektorat
60	30	30	0	0	0	0	0	0	0	0	0

### Matryca kierunkowych efektów uczenia się w odniesieniu do form zajęć i sposobu zaliczenia, które pozwalają na ich uzyskanie

Kod MEU	Student, który zaliczył moduł zajęć zna i rozumie/potrafi/jest gotów do	Forma zajęć dydaktycznych										
		Wykład	Ćwiczenia audytoryjne	Ćwiczenia laboratoryjne	Ćwiczenia projektowe	Konwersatorium	Zajęcia seminaryjne	Zajęcia praktyczne	Zajęcia terenowe	Zajęcia warsztatowe	Prace kontrolne i przejściowe	Lektorat
Wiedza: zna i rozumie												
M_W001	Zna podstawowe pojęcia z zakresu algebry wieloliniowej (np. tensor, k-forma), posiada pogłębioną wiedzę z zakresu algebry	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-
M_W002	Zna podstawowe pojęcia i twierdzenia wraz z wybranymi dowodami z dziedziny geometrii różniczkowej	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Umiejętności: potrafi												
M_U001	Posiada podstawową wiedzę na temat historii geometrii, związków geometrii z innymi działami matematyki oraz z naukami przyrodniczymi i technicznymi	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-
M_U002	Posługuje się pojęciami teorii grup i innych struktur algebraicznych	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-

M_U003	Potrafi posługiwać się pojęciem różniczkowości gładkiej i zna podstawy rachunku tensorowego	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-
--------	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

## Nakład pracy studenta (bilans punktów ECTS)

Forma aktywności studenta	Obciążenie studenta
Udział w zajęciach dydaktycznych/praktyka	60 godz
Przygotowanie do zajęć	33 godz
Egzamin lub kolokwium zaliczeniowe	2 godz
Dodatkowe godziny kontaktowe	5 godz
Sumaryczne obciążenie pracą studenta	100 godz
Punkty ECTS za moduł	4 ECTS

## Pozostałe informacje

### Szczegółowe treści kształcenia w ramach poszczególnych form zajęć (szczegółowy program wykładów i pozostałych zajęć)

#### Wykład

##### Wstęp

Przypomnienie podstawowych wiadomości dotyczących grup i innych struktur algebraicznych. Działanie grupy na zbiór.

##### Grupy topologiczne

Pojęcie grupy topologicznej wraz z podstawowymi własnościami. Grupy i algebry macierzy (ortogonalne, hermitowskie, symplektyczne, specjalne). Definicja i własności odwzorowania wykładniczego.

##### Geometria jako teoria niezmienników grup przekształceń

Rola odwzorowania wykładniczego.

##### Elementy algebry wieloliniowej

Iloczyn tensorowy i potęga zewnętrzna.

##### Różniczkowość

Pojęcie różniczkowości, atlasu, mapy i struktury różniczkowej. Przestrzeń styczna (dwie definicje).

##### Podróżniczkowość

Odwzorowanie styczne (różniczkowość). Podróżniczkowość. Wiązki styczne i kostyczne oraz wiązki wektorowe. Pola wektorowe.

##### Różniczkowość zewnętrzna

Pola wektorowe (kontynuacja), przepływy, krzywe całkowe. Algebra Liego pól wektorowych. Formy różniczkowe. Różniczkowość zewnętrzna, iloczyn zewnętrzny i wewnętrzny, pochodna Liego.

##### Twierdzenie Stokesa

Powierzchnie gładkie w przestrzeni euklidesowej. Całkowanie form różniczkowych, twierdzenie Stokesa.

#### Pola potencjalne

Całkowanie form różniczkowych (kontynuacja). Potencjał, pole potencjalne, warunki konieczne i wystarczające dla potencjalności pola.

#### Symbole Christoffla

Koneksja afiniczna, przeniesienie równoległe, pochodna kowariantna. Symbole Christoffla.

#### Geodezyjne

Krzywizna, skręcenie, równania strukturalne. Geodezyjne i ich własności.

#### Rozmaitości riemannowskie

Tensor metryczny, rozmaitość riemannowska. Koneksja riemannowska, jej charakteryzacja i własności.

#### Lemat Schura

Zupełność i twierdzenie Hopfa - Rinova. Krzywizna sekcyjna. Lemat Schura.

#### Grupy Liego

Grupy Liego i ich algebry Liego. Odwzorowanie wykładnicze. Homomorfizmy grup i algebr Liego.

### **Ćwiczenia audytoryjne**

Rozwiązywanie zadań ilustrujących treści przekazywane na wykładach

### **Metody i techniki kształcenia:**

Wykład: Wykład jest klasycznym wykładem tablicowym. Mile widziana aktywność studentów podczas wykładu - np. zadawanie pytań wykładowcy.

Ćwiczenia audytoryjne: Podczas zajęć audytoryjnych studenci na tablicy rozwiązują zadane wcześniej problemy. Prowadzący na bieżąco dokonuje stosowanych wyjaśnień i moderuje dyskusję z grupą nad danym problemem.

### **Warunki i sposób zaliczenia poszczególnych form zajęć, w tym zasady zaliczeń poprawkowych, a także warunki dopuszczenia do egzaminu:**

dwa terminy zaliczeń poprawkowych

### **Zasady udziału w poszczególnych zajęciach, ze wskazaniem, czy obecność studenta na zajęciach jest obowiązkowa:**

Wykład:

- Obecność obowiązkowa: Tak

- Zasady udziału w zajęciach: Studenci uczestniczą w zajęciach poznając kolejne treści nauczania zgodnie z sylabusem przedmiotu. Studenci winni na bieżąco zadawać pytania i wyjaśniać wątpliwości. Rejestracja audiowizualna wykładu wymaga zgody prowadzącego.

Ćwiczenia audytoryjne:

- Obecność obowiązkowa: Tak

- Zasady udziału w zajęciach: Studenci przystępując do ćwiczeń są zobowiązani do przygotowania się w zakresie wskazanym każdorazowo przez prowadzącego (np. w formie zestawów zadań). Ocena pracy studenta może bazować na wypowiedziach ustnych lub pisemnych w formie kolokwium, co zgodnie z regulaminem studiów AGH przekłada się na ocenę końcową z tej formy zajęć.

### **Sposób obliczania oceny końcowej**

zaliczenie

## **Sposób i tryb wyrównywania zaległości powstałych wskutek nieobecności studenta na zajęciach:**

Student powinien zgłosić się do prowadzącego w celu ustalenia indywidualnego sposobu nadrobienia zaległości.

## **Wymagania wstępne i dodatkowe, z uwzględnieniem sekwencyjności modułów**

Nie podano wymagań wstępnych lub dodatkowych.

## **Zalecana literatura i pomoce naukowe**

1. J. Gancarzewicz, *Geometria różniczkowa*, BM, PWN 1985.
2. S. Helgason, *Differential Geometry and Symmetric Spaces*, Academic Press 1962.
3. W. Wojtyński, *Grupy i Algebry Liego*, BM, PWN 1986.

## **Publikacje naukowe osób prowadzących zajęcia związane z tematyką modułu**

1. Haller, Stefan; Rybicki, Tomasz; Teichmann, Josef; Smooth perfectness for the group of diffeomorphism; *J. Geom. Mech.* 5, No. 3, 281-294 (2013).
2. Rubin, Matatyahu; Rybicki, Tomasz; Isomorphisms between groups of equivariant homeomorphisms of G-manifolds with one orbit type; *Topology Appl.* 159, No. 12, 2899-2908 (2012).
3. Rybicki, Tomasz; Correspondence between diffeomorphism groups and singular foliations; *Ann. Pol. Math.* 103, No. 1, 27-35 (2012).
4. Kowalik, Agnieszka; Rybicki, Tomasz; On the homeomorphism groups of manifolds and their universal coverings; *Cent. Eur. J. Math.* 9, No. 6, 1217-1231 (2011).
5. Rybicki, Tomasz; Locally continuously perfect groups of homeomorphisms; *Ann. Global Anal. Geom.* 40, No. 2, 191-202 (2011).
6. Michalik, Ilona; Rybicki, Tomasz; On the structure of the commutator subgroup of certain homeomorphism groups; *Topology Appl.* 158, No. 11, 1314-1324 (2011).
7. Rybicki, Tomasz; Boundedness of certain automorphism groups of an open manifold; *Geom. Dedicata* 151, 175-186 (2011).

## **Informacje dodatkowe**

Brak