

**AGH**AGH UNIVERSITY OF SCIENCE  
AND TECHNOLOGY

Nazwa modułu zajęć:	Procesy Stochastyczne ()				
Rok akademicki:	2019/2020	Kod:	AMAT-2-012-MZ-s	Punkty ECTS:	4
Wydział:	Matematyki Stosowanej				
Kierunek:	Matematyka	Specjalność:	Matematyka w zarządzaniu		
Poziom studiów:	Studia II stopnia	Forma studiów:	Stacjonarne		
Język wykładowy:	Polski	Profil:	Ogólnoakademicki (A)	Semestr:	0
Strona www:	—				
Prowadzący moduł:	dr hab. Kot Piotr (Piotr.Kot@agh.edu.pl)				

### Treści programowe zapewniające uzyskanie efektów uczenia się dla modułu zajęć

Modelowanie matematyczne wykorzystujące teorię procesów stochastycznych.

### Opis efektów uczenia się dla modułu zajęć

Kod MEU	Student, który zaliczył moduł zajęć zna i rozumie/potrafi/jest gotów do	Powiązania z KEU	Sposób weryfikacji i oceny efektów uczenia się osiągniętych przez studenta w ramach poszczególnych form zajęć i dla całego modułu zajęć
Wiedza: zna i rozumie			
M_W001	zna podstawowe pojęcia i twierdzenia teorii procesów stochastycznych: martyngał, pólmartyngał, proces Wienera, proces Markowa,	MAT2A_W05, MAT2A_W04	Odpowiedź ustna, Kolokwium, Egzamin, Aktywność na zajęciach
M_W002	zna przykłady modelowania matematycznego wykorzystującego teorię procesów stochastycznych	MAT2A_W08, MAT2A_W07	Odpowiedź ustna, Kolokwium, Egzamin, Aktywność na zajęciach
M_W003	zna najważniejsze twierdzenia z teorii procesów stochastycznych	MAT2A_W05	Egzamin
Umiejętności: potrafi			
M_U001	potrafi ze zrozumieniem przedstawić w mowie i piśmie poznane na wykładzie dowody twierzeń	MAT2A_U04, MAT2A_U02, MAT2A_U01	Odpowiedź ustna, Kolokwium, Egzamin, Aktywność na zajęciach
M_U002	potrafi wykorzystać wiedzę z innych działów matematyki (analiza, rachunek prawdopodobieństwa)	MAT2A_U04	Odpowiedź ustna, Kolokwium, Egzamin, Aktywność na zajęciach

M_U003	potrafi samodzielnie przeprowadzić proste dowody wykorzystując poznaną wiedzę z teorii procesów stochastycznych	MAT2A_U04, MAT2A_U02, MAT2A_U01	Odpowiedź ustna, Kolokwium, Egzamin, Aktywność na zajęciach
Kompetencje społeczne: jest gotów do			
M_K001	umie ocenić stopień zrozumienia przez siebie problemu i brakujące elementy rozumowania	MAT2A_K01	Odpowiedź ustna, Egzamin, Aktywność na zajęciach

### Liczba godzin zajęć w ramach poszczególnych form zajęć

Suma	Forma zajęć dydaktycznych										
	Wykład	Ćwiczenia audytoryjne	Ćwiczenia laboratoryjne	Ćwiczenia projektowe	Konwersatorium	Zajęcia seminaryjne	Zajęcia praktyczne	Zajęcia terenowe	Zajęcia warsztatowe	Prace kontrolne i przejściowe	Lektorat
60	30	30	0	0	0	0	0	0	0	0	0

### Matryca kierunkowych efektów uczenia się w odniesieniu do form zajęć i sposobu zaliczenia, które pozwalają na ich uzyskanie

Kod MEU	Student, który zaliczył moduł zajęć zna i rozumie/potrafi/jest gotów do	Forma zajęć dydaktycznych										
		Wykład	Ćwiczenia audytoryjne	Ćwiczenia laboratoryjne	Ćwiczenia projektowe	Konwersatorium	Zajęcia seminaryjne	Zajęcia praktyczne	Zajęcia terenowe	Zajęcia warsztatowe	Prace kontrolne i przejściowe	Lektorat
Wiedza: zna i rozumie												
M_W001	zna podstawowe pojęcia i twierdzenia teorii procesów stochastycznych: martyngał, półmartyngał, proces Wienera, proces Markowa,	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-
M_W002	zna przykłady modelowania matematycznego wykorzystującego teorię procesów stochastycznych	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-
M_W003	zna najważniejsze twierdzenia z teorii procesów stochastycznych	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Umiejętności: potrafi												
M_U001	potrafi ze zrozumieniem przedstawić w mowie i piśmie poznane na wykładzie dowody twierdzeń	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-

M_U002	potrafi wykorzystać wiedzę z innych działów matematyki (analiza, rachunek prawdopodobieństwa)	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-
M_U003	potrafi samodzielnie przeprowadzić proste dowody wykorzystując poznaną wiedzę z teorii procesów stochastycznych	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Kompetencje społeczne: jest gotów do												
M_K001	umie ocenić stopień zrozumienia przez siebie problemu i brakujące elementy rozumowania	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-

## Nakład pracy studenta (bilans punktów ECTS)

Forma aktywności studenta	Obciążenie studenta
Udział w zajęciach dydaktycznych/praktyka	60 godz
Przygotowanie do zajęć	30 godz
Samodzielne studiowanie tematyki zajęć	10 godz
Egzamin lub kolokwium zaliczeniowe	2 godz
Sumaryczne obciążenie pracą studenta	102 godz
Punkty ECTS za moduł	4 ECTS

## Pozostałe informacje

### Szczegółowe treści kształcenia w ramach poszczególnych form zajęć (szczegółowy program wykładów i pozostałych zajęć)

#### Wykład

- Przestrzeń probabilistyczna, zmienna losowa, jej rozkład. Wielowymiarowe zmienne losowe i ich przykłady (wielowymiarowy rozkład normalny). Rozkłady funkcji jedno- i wielowymiarowych zmiennych losowych. Funkcja charakterystyczna i jej zastosowanie do wyznaczenia rozkładu. Transformata Laplace'a.
- Warunkowa wartość oczekiwana: Przypomnienie definicji gdy warunkiem jest zdarzenie, zmienna losowa o rozkładzie dyskretnym, partycja, sigma-ciało, dowolna zmienna losowa.
- Warunkowa wartość oczekiwana jako projekcja w przestrzeni funkcji całkowalnych z kwadratem. Własności warunkowej wartości oczekiwanej.
- Rodzaje zbieżności zmiennych losowych i ich rozkładów oraz ich związki. Twierdzenia graniczne (bd.). Twierdzenia o zbieżności dla warunkowych wartości oczekiwanych. Nierówność Jensena.

5. Martynały w czasie dyskretnym. Definicja procesu stochastycznego w czasie dyskretnym, trajektorie, rozkłady, filtracja generowana przez proces. Proces adaptowany, przewidywalny. Definicja martyngału, submartyngału, supermartyngału. Przykłady.

6. Momenty zatrzymania, proces zastopowany. Twierdzenie o opcjonalnym stopowaniu. Błądzenie przypadkowe, własności momentu pierwszego przejścia przez barierę.

7. Maksymalna nierówność Dooba. Własność liczby przekroczeń. Twierdzenie Dooba o zbieżności supermartyngału. Jednostajnie całkowalne martyngały, zbieżność. Twierdzenie 0-1 Kołmogorowa (bd.).

8. Łańcuchy Markowa. Definicja i przykłady. Klasyfikacja stanów. Twierdzenie graniczne

9. Procesy w czasie ciągłym. Definicja, trajektorie, filtracja, procesy adaptowane. Regularność procesów. Twierdzenie Kołmogorowa o trajektoriach ciągłych (bd.). Martyngały w czasie ciągłym, nierówności Dooba (bd.). Proces Poissona.

10. Proces Wienera. Skalowane błądzenie przypadkowe. Definicja procesu Wienera. Konstrukcje procesu Wienera przez twierdzenie Kołmogorowa o rozkładach zgodnych oraz z użyciem falek (bd).

11. Własności trajektorii. Wariacja i wariacja kwadratowa procesu Wienera. Twierdzenie Dooba-Meyera (bd.)

12. Całka stochastyczna Ito. Definicja dla funkcji schodkowych w klasie procesów całkowalnych z kwadratem. Aproksymacja procesów procesami schodkowymi. Własności całki: liniowość, izometria.

13. Definicja procesu Ito. Wzór Ito i jego zastosowania

14. Dowód wzoru Ito dla przypadku  $Y(t)=f(W(t))$ .  
Ćwiczenia: rozwiązywanie zadań ilustrujących treści kolejnych wykładów.

### **Ćwiczenia audytoryjne**

Program ćwiczeń pokrywa się z programem wykładów

Rozwiązywanie problemów (głównie związanych z zagadnieniami praktycznymi) ilustrujących treści przekazywanych na kolejnych wykładach.

### **Metody i techniki kształcenia:**

Wykład: Treści prezentowane na wykładzie są przekazywane w formie prezentacji multimedialnej w połączeniu z klasycznym wykładem tablicowym wzbogaconymi o pokazy odnoszące się do prezentowanych zagadnień.

Ćwiczenia audytoryjne: Podczas zajęć audytoryjnych studenci na tablicy rozwiązują zadane wcześniej problemy. Prowadzący na bieżąco dokonuje stosowanych wyjaśnień i moderuje dyskusję z grupą nad danym problemem.

### **Warunki i sposób zaliczenia poszczególnych form zajęć, w tym zasady zaliczeń poprawkowych, a także warunki dopuszczenia do egzaminu:**

W przypadku braku zaliczenia z ćwiczeń w pierwszym terminie, student ma prawo do dwóch zaliczeń poprawkowych, których sposób przeprowadzenia ustala osoba prowadząca ćwiczenia.

## **Zasady udziału w poszczególnych zajęciach, ze wskazaniem, czy obecność studenta na zajęciach jest obowiązkowa:**

Wykład:

- Obecność obowiązkowa: Tak

- Zasady udziału w zajęciach: Studenci uczestniczą w zajęciach poznając kolejne treści nauczania zgodnie z sylabusem przedmiotu. Studenci winni na bieżąco zadawać pytania i wyjaśniać wątpliwości. Rejestracja audiowizualna wykładu wymaga zgody prowadzącego.

Ćwiczenia audytoryjne:

- Obecność obowiązkowa: Tak

- Zasady udziału w zajęciach: Studenci przystępując do ćwiczeń są zobowiązani do przygotowania się w zakresie wskazanym każdorazowo przez prowadzącego (np. w formie zestawów zadań). Ocena pracy studenta może bazować na wypowiedziach ustnych lub pisemnych w formie kolokwium, co zgodnie z regulaminem studiów AGH przekłada się na ocenę końcową z tej formy zajęć.

## **Sposób obliczania oceny końcowej**

OC jest oceną uzyskaną z ćwiczeń,

OK = OC

## **Sposób i tryb wyrównywania zaległości powstałych wskutek nieobecności studenta na zajęciach:**

Student powinien zgłosić się do prowadzącego w celu ustalenia indywidualnego sposobu nadrobienia zaległości.

## **Wymagania wstępne i dodatkowe, z uwzględnieniem sekwencyjności modułów**

Studentowi, który nie uzyskał zaliczenia przysługuje tylko jeden termin zaliczenia poprawkowego.

Zaliczenia poprawkowe nie może być ocenione na ocenę wyższą niż 3.0.

## **Zalecana literatura i pomoce naukowe**

1. Z.Brzeźniak, T.Zastawniak, Basic Stochastic Processes, Springer 2000.
2. J. Jakubowski, R. Sztencel, Wstęp do teorii prawdopodobieństwa, Script 2004.
3. S. Peszat, Procesy stochastyczne (notatki do wykładu w formie pliku pdf).

## **Publikacje naukowe osób prowadzących zajęcia związane z tematyką modułu**

On analytic functions with divergent series of Taylor coefficients / Piotr KOT // Complex Analysis and Operator Theory ; ISSN 1661-8254. — 2018 vol. 12 iss. 5, s. 1237-1249. — Bibliogr. s. 1248-1249, Abstr.. — Publikacja dostępna online od: 2017-10-31. — tekst: <https://link-1springer-1com-1nyztljxr10b5.wbg2.bg.agh.edu.pl/content/pdf/10.1007%2Fs11785-017-0742-9.pdf>

## **Informacje dodatkowe**

Brak