

**AGH**AGH UNIVERSITY OF SCIENCE  
AND TECHNOLOGY

Nazwa modułu zajęć: Rachunek Prawdopodobieństwa ( )

Rok akademicki: 2019/2020    Kod: AMAT-2-013-MZ-s    Punkty ECTS: 4

Wydział: Matematyki Stosowanej

Kierunek: Matematyka    Specjalność: Matematyka w zarządzaniu

Poziom studiów: Studia II stopnia    Forma studiów: Stacjonarne

Język wykładowy: Polski    Profil: Ogólnoakademicki (A)    Semestr: 0

Strona www: —

Prowadzący moduł: prof. dr hab. inż. Szkutnik Zbigniew (szkutnik@agh.edu.pl)

### Treści programowe zapewniające uzyskanie efektów uczenia się dla modułu zajęć

Rozszerzony kurs rachunku prawdopodobieństwa. Rozkłady warunkowe. Twierdzenia graniczne. Łańcuch Markowa. Przykłady procesów stochastycznych.

### Opis efektów uczenia się dla modułu zajęć

| Kod MEU               | Student, który zaliczył moduł zajęć zna i rozumie/potrafi/jest gotów do   | Powiązania z KEU                | Sposób weryfikacji i oceny efektów uczenia się osiągniętych przez studenta w ramach poszczególnych form zajęć i dla całego modułu zajęć |
|-----------------------|---|---------------------------------|---|
| Wiedza: zna i rozumie |   |                                 |   |
| M_W001                | ma pogłębioną wiedzę z opartego na teorii miary rachunku prawdopodobieństwa ze szczególnym uwzględnieniem warunkowej wartości oczekiwanej i twierdzeń granicznych i rozumie jego związki z innymi działami matematyki | MAT2A_W09, MAT2A_W01, MAT2A_W02 | Aktywność na zajęciach, Kolokwium, Odpowiedź ustna  |
| Umiejętności: potrafi |   |                                 |   |

|                                      |   |   |  |
|--------------------------------------|---|---|--|
| M_U001                               | zna główne techniki dowodzenia twierdzeń rachunku prawdopodobieństwa wykorzystujące aparat teorii miary i funkcji zespolonych i potrafi je stosować | MAT2A_U03, MAT2A_U07, MAT2A_U14, MAT2A_U01, MAT2A_U13, MAT2A_U04, MAT2A_U02 | Aktywność na zajęciach, Kolokwium, Odpowiedź ustna |
| M_U002                               | Zna podstawowe modele probabilistyczne i potrafi je stosować w zagadnieniach praktycznych   | MAT2A_U18, MAT2A_U16, MAT2A_U11   | Aktywność na zajęciach, Kolokwium, Odpowiedź ustna |
| Kompetencje społeczne: jest gotów do |   |   |  |
| M_K001                               | rozumie ograniczoność własnej wiedzy i potrzebę dalszego kształcenia  | MAT2A_K01, MAT2A_K02  | Aktywność na zajęciach, Odpowiedź ustna            |

### Liczba godzin zajęć w ramach poszczególnych form zajęć

| Suma | Forma zajęć dydaktycznych |                       |                         |                      |                |                     |                    |                  |                     |                               |          |
|------|---------------------------|-----------------------|-------------------------|----------------------|----------------|---------------------|--------------------|------------------|---------------------|-------------------------------|----------|
|      | Wykład                    | Ćwiczenia audytoryjne | Ćwiczenia laboratoryjne | Ćwiczenia projektowe | Konwersatorium | Zajęcia seminaryjne | Zajęcia praktyczne | Zajęcia terenowe | Zajęcia warsztatowe | Prace kontrolne i przejściowe | Lektorat |
| 60   | 30                        | 30                    | 0                       | 0                    | 0              | 0                   | 0                  | 0                | 0                   | 0                             | 0        |

### Matryca kierunkowych efektów uczenia się w odniesieniu do form zajęć i sposobu zaliczenia, które pozwalają na ich uzyskanie

| Kod MEU               | Student, który zaliczył moduł zajęć zna i rozumie/potrafi/jest gotów do   | Forma zajęć dydaktycznych |                       |                         |                      |                |                     |                    |                  |                     |                               |          |
|-----------------------|---|---------------------------|-----------------------|-------------------------|----------------------|----------------|---------------------|--------------------|------------------|---------------------|-------------------------------|----------|
|                       |   | Wykład                    | Ćwiczenia audytoryjne | Ćwiczenia laboratoryjne | Ćwiczenia projektowe | Konwersatorium | Zajęcia seminaryjne | Zajęcia praktyczne | Zajęcia terenowe | Zajęcia warsztatowe | Prace kontrolne i przejściowe | Lektorat |
| Wiedza: zna i rozumie |   |                           |                       |                         |                      |                |                     |                    |                  |                     |                               |          |
| M_W001                | ma pogłębioną wiedzę z opartego na teorii miary rachunku prawdopodobieństwa ze szczególnym uwzględnieniem warunkowej wartości oczekiwanej i twierdzeń granicznych i rozumie jego związku z innymi działami matematyki | +                         | +                     | -                       | -                    | -              | -                   | -                  | -                | -                   | -                             | -        |
| Umiejętności: potrafi |   |                           |                       |                         |                      |                |                     |                    |                  |                     |                               |          |

|                                      |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
|--------------------------------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| M_U001                               | zna główne techniki dowodzenia twierdzeń rachunku prawdopodobieństwa wykorzystujące aparat teorii miary i funkcji zespolonych i potrafi je stosować | + | + | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| M_U002                               | Zna podstawowe modele probabilistyczne i potrafi je stosować w zagadnieniach praktycznych   | + | + | - | - | - | - | - | - | - | - | - |
| Kompetencje społeczne: jest gotów do |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |   |
| M_K001                               | rozumie ograniczoność własnej wiedzy i potrzebę dalszego kształcenia  | + | + | - | - | - | - | - | - | - | - | - |

## Nakład pracy studenta (bilans punktów ECTS)

| Forma aktywności studenta                 | Obciążenie studenta |
|---|---------------------|
| Udział w zajęciach dydaktycznych/praktyka | 60 godz             |
| Przygotowanie do zajęć                    | 30 godz             |
| Samodzielne studiowanie tematyki zajęć    | 20 godz             |
| Egzamin lub kolokwium zaliczeniowe        | 2 godz              |
| Sumaryczne obciążenie pracą studenta      | 112 godz            |
| Punkty ECTS za moduł                      | 4 ECTS              |

## Pozostałe informacje

### Szczegółowe treści kształcenia w ramach poszczególnych form zajęć (szczegółowy program wykładów i pozostałych zajęć)

#### Wykład

1. Przypomnienie pojęcia wektora losowego, w szczególności wektora o wielowymiarowym rozkładzie normalnym oraz transformacje wektorów losowych. Sigma-podciąta i częściowa informacja, prawdopodobieństwo warunkowe względem sigma-ciała, twierdzenie o istnieniu regularnych rozkładów warunkowych (bd).

2. Przypadki szczególne regularnych rozkładów warunkowych: wektory o rozkładach ciągłych, dyskretnych i przypadek mieszany. Rozkład ujemny dwumianowy i jego interpretacje aktuarialne.

3. Warunkowa wartość oczekiwana (WWO) względem sigma-ciała: definicja, istnienie, związek z regularnymi rozkładami warunkowymi, własności.

4. Własności WWO (c.d.), przykłady zastosowań, funkcja regresji.

5. Przypomnienie pojęć zbieżności z prawdopodobieństwem jeden i zbieżności według

prawdopodobieństwa dla zmiennych losowych, twierdzenie Scheffego, słaba zbieżność.

6.Lemat Słuckiego, konstrukcja Skorochoda, charakteryzacje słabej zbieżności.

7.Funkcje charakterystyczne zmiennych losowych i ich własności.

8.Własności funkcji charakterystycznych (c.d.). W szczególności: twierdzenie Riemanna-Lebesgue'a i twierdzenie Levy'ego-Cramera.

9.Centralne twierdzenia graniczne Lindeberga-Levy'ego, Moivre'a-Laplace'a, Lindeberga (bd) i Lapunowa.

10.Słaba zbieżność wektorów losowych, funkcje charakterystyczne wektorów losowych, wielowymiarowy zdegenerowany rozkład normalny, twierdzenie Cramera-Wolda, twierdzenie Lindeberga-Levy'ego dla wektorów losowych.

11.Rozkład wielomianowy i jego asymptotyka, zbieżność wektorów losowych według prawdopodobieństwa i z prawdopodobieństwem jeden, twierdzenie Riesz.

12.Twierdzenie o odwzorowaniu ciągłym (czyli o zbieżności transformowanych ciągów wektorów losowych), rozkłady form kwadratowych wektorów normalnych, zastosowanie do zbadania asymptotyki „statystyki chi-kwadrat”, asymptotyczna normalność, metoda delta.

13.Łańcuchy Markowa: definicje i podstawowe własności.

14.Pojęcie i przykłady procesów stochastycznych: twierdzenie Kołmogorowa o istnieniu procesu (bd), funkcje wartości oczekiwanej i autokowariancji, procesy stacjonarne, procesy gaussowskie, proces Poissona, proces Ornsteina-Uhlenbecka, proces Wienera.

### **Ćwiczenia audytoryjne**

Program ćwiczeń pokrywa się z programem wykładów

Rozwiązywanie zadań dotyczących treści przekazywanych na kolejnych wykładach.

### **Metody i techniki kształcenia:**

Wykład: Wykład jest klasycznym wykładem tablicowym. Mile widziana aktywność studentów podczas wykładu – np. zadawanie pytań wykładowcy.

Ćwiczenia audytoryjne: Podczas zajęć audytoryjnych studenci na tablicy rozwiązują zadane wcześniej problemy. Prowadzący na bieżąco dokonuje stosowanych wyjaśnień i moderuje dyskusję z grupą nad danym problemem.

### **Warunki i sposób zaliczenia poszczególnych form zajęć, w tym zasady zaliczeń poprawkowych, a także warunki dopuszczenia do egzaminu:**

dwa zaliczenia poprawkowe

### **Zasady udziału w poszczególnych zajęciach, ze wskazaniem, czy obecność studenta na zajęciach jest obowiązkowa:**

Wykład:

- Obecność obowiązkowa: Tak

- Zasady udziału w zajęciach: Studenci uczestniczą w zajęciach poznając kolejne treści nauczania zgodnie z sylabusem przedmiotu. Studenci winni na bieżąco zadawać pytania i wyjaśniać wątpliwości. Rejestracja audiowizualna wykładu wymaga zgody prowadzącego.

Ćwiczenia audytoryjne:

- Obecność obowiązkowa: Tak

- Zasady udziału w zajęciach: Studenci przystępując do ćwiczeń są zobowiązani do przygotowania się w zakresie wskazanym każdorazowo przez prowadzącego (np. w formie zestawów zadań). Ocena pracy studenta może bazować na wypowiedziach ustnych lub pisemnych w formie kolokwium, co zgodnie z regulaminem studiów AGH przekłada się na ocenę końcową z tej formy zajęć.

### **Sposób obliczania oceny końcowej**

Ocena końcowa jest oceną zaliczenia ćwiczeń audytoryjnych.

### **Sposób i tryb wyrównywania zaległości powstałych wskutek nieobecności studenta na zajęciach:**

Student powinien zgłosić się do prowadzącego w celu ustalenia indywidualnego sposobu nadrobienia zaległości.

### **Wymagania wstępne i dodatkowe, z uwzględnieniem sekwencyjności modułów**

Zaliczony „Wstęp do rachunku prawdopodobieństwa”

### **Zalecana literatura i pomoce naukowe**

1. Jakubowski J., Sztencel R. - *“Wstęp do teorii prawdopodobieństwa”*, Script, 2001..
2. Billingsley, P. - *“Prawdopodobieństwo i miara”*, PWN, 1987.
3. Feller, W. - *“Wstęp do rachunku prawdopodobieństwa”*, tom I, II, PWN, 1977..

### **Publikacje naukowe osób prowadzących zajęcia związane z tematyką modułu**

1. Nosek, Konrad; Szkutnik, Zbigniew Change-point detection in a shape-restricted regression model; *Statistics* 48, No. 3, 641-656 (2014).
2. Szkutnik, Zbigniew; Grzyb, Łukasz; A note on consistent estimation of Kullback-Leibler discrepancy in Poisson regression; *J. Stat. Plann. Inference* 142, No. 6, 1619-1622 (2012).
3. Szkutnik, Zbigniew; On the Durbin-Wagle randomization device and some of its applications; *J. Multivariate Anal.* 109, 103-108 (2012).
4. Majerski, P.; Szkutnik, Z.; A note on asymptotic expansions for the power of perturbed tests; *J. Stat. Plann. Inference* 141, No. 12, 3736-3743 (2011).
5. Szkutnik, Zbigniew; A note on minimax rates of convergence in the Spektor-Lord-Willis problem; *Opusc. Math.* 30, No. 2, 203-207 (2010).
6. Majerski, Piotr; Szkutnik, Zbigniew  
Approximations to most powerful invariant tests for multinormality against some irregular alternatives; *Test* 19, No. 1, 113-130 (2010).
7. Nosek, K.; Szkutnik, Z.; A power study of k-linear-r-ahead recursive residuals test for change-point in finite sequences; *J. Stat. Comput. Simulation* 78, No. 11-12, 1201-1213 (2008).
8. Dudek, Anna; Szkutnik, Zbigniew; Minimax unfolding spheres' size distribution from linear sections; *Stat. Sin.* 18, No. 3, 1063-1080 (2008).
9. Szkutnik, Zbigniew; Unfolding spheres size distribution from linear sections with B-splines and EMDS algorithm; *Opusc. Math.* 27, No. 1, 151-165 (2007).
10. Szkutnik, Zbigniew  
B-splines and discretization in an inverse problem for Poisson processes.

J. Multivariate Anal. 93, No. 1, 198-221 (2005).

**Informacje dodatkowe**

Brak