

**AGH**AGH UNIVERSITY OF SCIENCE
AND TECHNOLOGY

Nazwa modułu zajęć:	Topologia				
Rok akademicki:	2019/2020	Kod:	AMAT-2-201-MZ-s	Punkty ECTS:	4
Wydział:	Matematyki Stosowanej				
Kierunek:	Matematyka	Specjalność:	Matematyka w zarządzaniu		
Poziom studiów:	Studia II stopnia	Forma studiów:	Stacjonarne		
Język wykładowy:	Polski	Profil:	Ogólnoakademicki (A)	Semestr:	2
Strona www:	—				
Prowadzący moduł:	dr Majdak Witold (majdak@agh.edu.pl)				

Treści programowe zapewniające uzyskanie efektów uczenia się dla modułu zajęć

Podstawowy kurs topologii.

Opis efektów uczenia się dla modułu zajęć

Kod MEU	Student, który zaliczył moduł zajęć zna i rozumie/potrafi/jest gotów do	Powiązania z KEU	Sposób weryfikacji i oceny efektów uczenia się osiągniętych przez studenta w ramach poszczególnych form zajęć i dla całego modułu zajęć
Wiedza: zna i rozumie			
M_W001	Student zna definicję, różne sposoby wprowadzania i przykłady topologii, a także podstawowe operacje topologiczne na zbiorach.	MAT2A_W01	Aktywność na zajęciach, Egzamin
M_W002	Student zna równoważne definicje ciągłości odwzorowań w przestrzeniach topologicznych oraz umie ocenić, czy dane zbiory są homeomorficzne.	MAT2A_W02, MAT2A_W01	Aktywność na zajęciach, Egzamin
Umiejętności: potrafi			
M_U001	Student potrafi omówić własności zbiorów zwartych oraz zbiorów spójnych. W szczególności student potrafi zdefiniować topologię Tichonowa i podać jej zastosowania.	MAT2A_U08, MAT2A_U04, MAT2A_W01	Aktywność na zajęciach, Egzamin

M_U002	Student potrafi sklasyfikować różnoidalność różniczkowalną wymiaru 1 i 2.	MAT2A_U08	Aktywność na zajęciach, Egzamin
M_U003	Student zna podstawowe pojęcia teorii homotopii i potrafi skonstruować grupę podstawową przestrzeni topologicznej.	MAT2A_U08, MAT2A_U13, MAT2A_W02, MAT2A_U04, MAT2A_W07	Aktywność na zajęciach, Egzamin

Liczba godzin zajęć w ramach poszczególnych form zajęć

Suma	Forma zajęć dydaktycznych										
	Wykład	Ćwiczenia audytorialne	Ćwiczenia laboratoryjne	Ćwiczenia projektowe	Konwersatorium	Zajęcia seminaryjne	Zajęcia praktyczne	Zajęcia terenowe	Zajęcia warsztatowe	Prace kontrolne i przejściowe	Lektorat
30	30	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Matryca kierunkowych efektów uczenia się w odniesieniu do form zajęć i sposobu zaliczenia, które pozwalają na ich uzyskanie

Kod MEU	Student, który zaliczył moduł zajęć zna i rozumie/potrafi/jest gotów do	Forma zajęć dydaktycznych										
		Wykład	Ćwiczenia audytorialne	Ćwiczenia laboratoryjne	Ćwiczenia projektowe	Konwersatorium	Zajęcia seminaryjne	Zajęcia praktyczne	Zajęcia terenowe	Zajęcia warsztatowe	Prace kontrolne i przejściowe	Lektorat
Wiedza: zna i rozumie												
M_W001	Student zna definicję, różne sposoby wprowadzania i przykłady topologii, a także podstawowe operacje topologiczne na zbiorach.	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
M_W002	Student zna równoważne definicje ciągłości odwzorowań w przestrzeniach topologicznych oraz umie ocenić, czy dane zbiory są homeomorficzne.	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Umiejętności: potrafi												
M_U001	Student potrafi omówić własności zbiorów zwartych oraz zbiorów spójnych. W szczególności student potrafi zdefiniować topologię Tichonowa i podać jej zastosowania.	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
M_U002	Student potrafi sklasyfikować różnoidalność różniczkowalną wymiaru 1 i 2.	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

M_U003	Student zna podstawowe pojęcia teorii homotopii i potrafi skonstruować grupę podstawową przestrzeni topologicznej.	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
--------	--	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

Nakład pracy studenta (bilans punktów ECTS)

Forma aktywności studenta	Obciążenie studenta
Udział w zajęciach dydaktycznych/praktyka	30 godz
Przygotowanie do zajęć	13 godz
Samodzielne studiowanie tematyki zajęć	55 godz
Egzamin lub kolokwium zaliczeniowe	2 godz
Sumaryczne obciążenie pracą studenta	100 godz
Punkty ECTS za moduł	4 ECTS

Pozostałe informacje

Szczegółowe treści kształcenia w ramach poszczególnych form zajęć (szczegółowy program wykładów i pozostałych zajęć)

Wykład

1. Definicje topologii (różne podejścia). Przestrzenie topologiczne. Przykłady (w szczególności: przestrzeń metryczna jako przestrzeń topologiczna). Zbiory otwarte, zbiory domknięte. Domknięcie, wewnątrz i brzeg zbioru. Zbiory gęste i brzegowe. Ośrodkowość.
2. Otoczenie. Baza otoczeń punktu. Pełny układ otoczeń. Baza topologii. Aksjomaty przeliczalności. Związek z ośrodkowością.
3. Przekształcenia i funkcje ciągłe. Kryteria ciągłości. Przekształcenia domknięte, otwarte i homeomorfizmy. Podstawowe własności.
4. Porównywanie topologii. Topologie początkowe i końcowe. Podprzestrzeń. Przestrzeń topologiczna ilorazowa. Iloczyn kartezyjski przestrzeni topologicznych.
5. Aksjomaty oddzielania (w szczególności: przestrzenie Hausdorffa, regularne oraz normalne). Przykłady. Lemat Uryshona. Twierdzenie Tietzego o przedłużaniu funkcji (bez dowodu).
6. Zbieżność w przestrzeni topologicznej. Ciągi uogólnione i filtry. Przestrzenie ciągowe i przestrzenie typu Frecheta.
7. Przestrzenie zwarte. Zwartość a domkniętość. Normalność przestrzeni zwartych. Zbiory przeliczalnie zwarte i ciągowo zwarte. Twierdzenie Tichonowa.

8. Przekształcenia i funkcje ciągłe na przestrzeniach zwartych. Twierdzenia typu Weierstrassa. Przestrzenie przekształceń ciągłych. Przestrzenie lokalnie zwarte. Uzwarczenie Aleksandrowa (informacyjnie).
9. Przestrzenie metryzowalne. Zwartość w przestrzeniach metrycznych. Twierdzenie Hausdorffa.
10. Przestrzenie funkcyjne. Rodziny funkcji wspólnie ograniczone i równociągłe. Twierdzenie Arzeli-Ascoliego. Zastosowania.
11. Przestrzenie spójne. Operacje na przestrzeniach spójnych. Obraz zbioru spójnego przez przekształcenie ciągłe. Różne rodzaje spójności. Przykłady.
12. Homotopie. Homotopijna równoważność funkcji. Grupa podstawowa przestrzeni topologicznej.
13. Rozmaitość różniczkowalna. Klasyfikacja rozmaitości różniczkowalnych wymiaru 1 i 2.
14. Grafy. Topologia grafów. Twierdzenie Kuratowskiego o grafach.

Metody i techniki kształcenia:

Wykład: Wykład jest klasycznym wykładem tablicowym. Mile widziana aktywność studentów podczas wykładu – np. zadawanie pytań wykładowcy.

Warunki i sposób zaliczenia poszczególnych form zajęć, w tym zasady zaliczeń poprawkowych, a także warunki dopuszczenia do egzaminu:

-

Zasady udziału w poszczególnych zajęciach, ze wskazaniem, czy obecność studenta na zajęciach jest obowiązkowa:

Wykład:

- Obecność obowiązkowa: Tak
- Zasady udziału w zajęciach: Studenci uczestniczą w zajęciach poznając kolejne treści nauczania zgodnie z sylabusem przedmiotu. Studenci winni na bieżąco zadawać pytania i wyjaśniać wątpliwości. Rejestracja audiowizualna wykładu wymaga zgody prowadzącego.

Sposób obliczania oceny końcowej

1. Ćwiczenia z przedmiotu są obowiązkowe dla studentów studiów I stopnia oraz opcjonalne dla studentów studiów II stopnia. Zaliczenie ćwiczeń odbywa się na podstawie oceny aktywności studenta i kolokwium pisemnych.

2. Egzamin z przedmiotu jest egzaminem ustnym.

3. W przypadku wyboru kursu topologii z ćwiczeniami warunkiem koniecznym dopuszczenia do egzaminu jest posiadanie oceny pozytywnej z ćwiczeń.

Ocenę końcową OK wyznacza się na podstawie średniej ważonej SW obliczonej według wzoru

$$SW = 1/3 OC + 2/3 OE,$$

gdzie OC jest oceną uzyskaną z ćwiczeń, a OE jest oceną uzyskaną z egzaminu.

Ocena końcowa OK jest obliczana według algorytmu:

Jeżeli $SW \geq 4.75$, to $OK = 5.0$ (bdb),

jeżeli $4.75 > SW \geq 4.25$, to $OK = 4.5$ (db),

jeżeli $4.25 > SW \geq 3.75$, to OK = 4.0 (db),
jeżeli $3.75 > SW \geq 3.25$, to OK = 3.5 (dst),
jeżeli $3.25 > SW \geq 3.00$, to OK = 3.0 (dst).

W przypadku wyboru kursu bez ćwiczeń ocena końcowa z przedmiotu w pierwszym terminie pokrywa się z pozytywną oceną z egzaminu.

Sposób i tryb wyrównywania zaległości powstałych wskutek nieobecności studenta na zajęciach:

Student powinien zgłosić się do prowadzącego w celu ustalenia indywidualnego sposobu nadrobienia zaległości.

Wymagania wstępne i dodatkowe, z uwzględnieniem sekwencyjności modułów

Wiedza z zakresu wstępu do logiki i teorii mnogości, analizy matematycznej oraz teorii równań różniczkowych na poziomie absolwenta studiów matematycznych pierwszego stopnia.

Zalecana literatura i pomoce naukowe

1. R. Engelking, *Topologia ogólna*, PWN, Warszawa 1976.
2. K. Kuratowski, *Wstęp do teorii mnogości i topologii*, PWN, Warszawa 1980.
3. N. Bourbaki, *Topologie générale*, Paris 1953.
4. J.L. Kelley, *General topology*, Springer - Verlag New York Berlin Heidelberg 1955.
5. W. Rudin, *Podstawy analizy matematycznej*, PWN, Warszawa 1996.

Publikacje naukowe osób prowadzących zajęcia związane z tematyką modułu

- 1) Majdak, Witold; Secelean, Nicolae-Adrian; Suciuc, Laurian; Ergodic properties of operators in some semi-Hilbertian spaces, *Linear Multilinear Algebra* 61, No. 2, 139-159 (2013).
- 2) Majdak, Witold; Stochel, Jan; A local lifting theorem for jointly subnormal families of unbounded operators, *Integral Equations Oper. Theory* 69, No. 2, 233-246 (2011).
- 3) Majdak, Witold, A lifting theorem for unbounded quasinormal operators. (English) *Zbl 1123.47011 J. Math. Anal. Appl.* 332, No. 2, 934-946 (2007).

Informacje dodatkowe

Brak