AGH UNIVERSITY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY

Nazwa modułu zajęć:	Topologia
Rok akademicki:	2019/2020
Kod:	AMAT-1-307-s
Punkty ECTS:	6
Wydział:	Matematyki Stosowanej
Kierunek:	Matematyka
Specjalność:	—
Poziom studiów:	Studia I stopnia
Forma studiów:	Stacjonarne
Język wykładowy:	Polski
Profil:	Ogólnoakademicki (A)
Semestr:	3
Strona www:	—
Prowadzący moduł:	dr Majdak Witold (majdak@agh.edu.pl)

Treści programowe zapewniające uzyskanie efektów uczenia się dla modułu zajęć

Na kursie omówione są podstawowe pojęcia topologiczne i ich własności oraz zastosowania w pokrewnych dziedzinach. W szczególności omówione są przestrzenie metryczne.

Opis efektów uczenia się dla modułu zajęć

Kod MEU	Student, który zaliczył moduł zajęć zna i rozumie/potrafi/jest gotów do	Powiązania z KEU	Sposób weryfikacji i oceny efektów uczenia się osiągniętych przez studenta w ramach poszczególnych form zajęć i dla całego modułu zajęć
Wiedza: zna i rozumie			
M_W001	Student zna definicję, różne sposoby wprowadzania i przykłady topologii, a także podstawowe operacje topologiczne na zbiorach.	MAT1A_W04, MAT1A_W02	Egzamin, Aktywność na zajęciach
M_W002	Student zna równoważne definicje ciągłości odwzorowań w przestrzeniach topologicznych oraz umie ocenić, czy dane zbiory są homeomorficzne.		Egzamin, Aktywność na zajęciach
Umiejętności: potrafi			
M_U001	Student potrafi omówić własności zbiorów zwartych oraz zbiorów spójnych. W szczególności student potrafi zdefiniować topologię Tichonowa i podać jej zastosowania.	MAT1A_U23, MAT1A_U24, MAT1A_U10, MAT1A_U05	Egzamin, Aktywność na zajęciach

M_U002	Student potrafi sklasyfikować rozmaitości różniczkowalne wymiaru 1 i 2.		Egzamin, Aktywność na zajęciach
M_U003	Student zna podstawowe pojęcia teorii homotopii i potrafi skonstruować grupę podstawową przestrzeni topologicznej.	MAT1A_U23, MAT1A_U24	Egzamin, Aktywność na zajęciach

Liczba godzin zajęć w ramach poszczególnych form zajęć

	Forma zajęć dydaktycznych										
Suma	Wykład	Ćwiczenia audytoryjne	Ćwiczenia laboratoryjne	Ćwiczenia projektowe	Konwersatorium	Zajęcia seminaryjne	Zajęcia praktyczne	Zajęcia terenowe	Zajęcia warsztatowe	Prace kontrolne i przejściowe	Lektorat
60	30	30	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Matryca kierunkowych efektów uczenia się w odniesieniu do form zajęć i sposobu zaliczenia, które pozwalają na ich uzyskanie

Kod MEU	Student, który zaliczył moduł zajęć zna i rozumie/potrafi/jest gotów do	Forma zajęć dydaktycznych										
		Wykład	Ćwiczenia audytoryjne	Ćwiczenia laboratoryjne	Ćwiczenia projektowe	Konwersatorium	Zajęcia seminaryjne	Zajęcia praktyczne	Zajęcia terenowe	Zajęcia warsztatowe	Prace kontrolne i przejściowe	Lektorat
Wiedza: zna i rozumie												
M_W001	Student zna definicję, różne sposoby wprowadzania i przykłady topologii, a także podstawowe operacje topologiczne na zbiorach.	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-
M_W002	Student zna równoważne definicje ciągłości odwzorowań w przestrzeniach topologicznych oraz umie ocenić, czy dane zbiory są homeomorficzne.	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Umiejętności: potrafi												
M_U001	Student potrafi omówić własności zbiorów zwartych oraz zbiorów spójnych. W szczególności student potrafi zdefiniować topologię Tichonowa i podać jej zastosowania.	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-
M_U002	Student potrafi sklasyfikować rozmaitości różniczkowalne wymiaru 1 i 2.	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-

M_U003	Student zna podstawowe pojęcia teorii homotopii i potrafi skonstruować grupę podstawową przestrzeni topologicznej.	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-

Nakład pracy studenta (bilans punktów ECTS)

Forma aktywności studenta	Obciążenie studenta
Udział w zajęciach dydaktycznych/praktyka	60 godz
Przygotowanie do zajęć	31 godz
Samodzielne studiowanie tematyki zajęć	52 godz
Egzamin lub kolokwium zaliczeniowe	2 godz
Dodatkowe godziny kontaktowe	5 godz
Sumaryczne obciążenie pracą studenta	150 godz
Punkty ECTS za moduł	6 ECTS

Pozostałe informacje

Szczegółowe treści kształcenia w ramach poszczególnych form zajęć (szczegółowy program wykładów i pozostałych zajęć)

Wykład

1. Definicje topologii (różne podejścia). Przestrzenie topologiczne. Przykłady (w szczególności: przestrzeń metryczna jako przestrzeń topologiczna). Zbiory otwarte, zbiory domknięte. Domknięcie, wnętrze i brzegu zbioru. Zbiory gęste i brzegowe. Ośrodkowość.

2. Otoczenie. Baza otoczeń punktu. Pełny układ otoczeń. Baza topologii. Aksjomaty przeliczalności. Związek z ośrodkowością.

3. Przekształcenia i funkcje ciągłe. Kryteria ciągłości. Przekształcenia domknięte, otwarte i homeomorfizmy. Podstawowe własności.

4. Porównywanie topologii. Topologie początkowe i końcowe. Podprzestrzeń. Przestrzeń topologiczna ilorazowa. Iloczyn kartezjański przestrzeni topologicznych.

5. Aksjomaty oddzielania (w szczególności: przestrzenie Hausdorffa, regularne oraz normalne). Przykłady. Lemat Uryshona. Twierdzenie Tietzego o przedłużaniu funkcji (bez dowodu).

6. Zbieżność w przestrzeni topologicznej. Ciągi uogólnione i filtry. Przestrzenie ciągowe i przestrzenie typu Frecheta.

7. Przestrzenie zwarte. Zwartość a domkniętość. Normalność przestrzeni zwartych. Zbiory przeliczalnie zwarte i ciągowo zwarte. Twierdzenie Tichonowa.

8. Przekształcenia i funkcje ciągłe na przestrzeniach zwartych. Twierdzenia typu Weierstrassa. Przestrzenie przekształceń ciągłych. Przestrzenie lokalnie zwarte. Uzwarcenie Aleksandrowa (informacyjnie).

9. Przestrzenie metryzowalne. Zwartość w przestrzeniach metrycznych. Twierdzenie Hausdorffa.

10.Przestrzenie funkcyjne. Rodziny funkcji wspólnie ograniczone i równociągłe. Twierdzenie Arzeli-Ascoliego. Zastosowania.

11. Przestrzenie spójne. Operacje na przestrzeniach spójnych. Obraz zbioru spójnego przez przekształcenie ciągłe. Różne rodzaje spójności. Przykłady.

12. Homotopie. Homotopijna równoważność funkcji. Grupa podstawowa przestrzeni topologicznej.

13. Rozmaitość różniczkowalna. Klasyfikacja rozmaitości różniczkowalnych wymiaru 1 i 2.

14. Twierdzenia o punkcie stałym (zasada kontrakcji Banacha, twierdzenie Brouwera). Zastosowania w teorii równań różniczkowych.

Ćwiczenia audytoryjne

Program ćwiczeń odpowiada wykładom.

Metody i techniki kształcenia:

Wykład: Wykład jest klasycznym wykładem tablicowym. Mile widziana aktywność studentów podczas wykładu – np. zadawanie pytań wykładowcy.
Ćwiczenia audytoryjne: Podczas zajęć audytoryjnych studenci na tablicy rozwiązują zadane wcześniej problemy. Prowadzący na bieżąco dokonuje stosowanych wyjaśnień i moderuje dyskusję z grupą nad danym problemem.

Warunki i sposób zaliczenia poszczególnych form zajęć, w tym zasady zaliczeń poprawkowych, a także warunki dopuszczenia do egzaminu:

Warunkiem koniecznym dopuszczenia do egzaminu jest posiadanie oceny pozytywnej z ćwiczeń.
Dwa terminy zaliczeń poprawkowych są skorelowane czasowo z egzaminami poprawkowymi.

Zasady udziału w poszczególnych zajęciach, ze wskazaniem, czy obecność studenta na zajęciach jest obowiązkowa:

Wykład:
– Obecność obowiązkowa: Tak
– Zasady udziału w zajęciach: Studenci uczestniczą w zajęciach poznając kolejne treści nauczania zgodnie z syllabusem przedmiotu. Studenci winni na bieżąco zadawać pytania i wyjaśniać wątpliwości. Rejestracja audiowizualna wykładu wymaga zgody prowadzącego.
Ćwiczenia audytoryjne:
– Obecność obowiązkowa: Tak
– Zasady udziału w zajęciach: Studenci przystępując do ćwiczeń są zobowiązani do przygotowania się w zakresie wskazanym każdorazowo przez prowadzącego (np. w formie zestawów zadań). Ocena pracy studenta może bazować na wypowiedziach ustnych lub pisemnych w formie kolokwium, co zgodnie z regulaminem studiów AGH przekłada się na ocenę końcową z tej formy zajęć.

Sposób obliczania oceny końcowej

1. Zaliczenie ćwiczeń odbywa się na podstawie oceny aktywności studenta i kolokwiów pisemnych.

2. Egzamin z przedmiotu jest egzaminem ustnym.

3. Warunkiem koniecznym dopuszczenia do egzaminu jest posiadanie oceny pozytywnej z ćwiczeń.
Ocenę końcową OK wyznacza się na podstawie średniej ważonej SW obliczonej według wzoru
SW = 1/3 OC + 2/3 OE,
gdzie OC jest oceną uzyskaną z ćwiczeń, a OE jest oceną uzyskaną z egzaminu.
Ocena końcowa OK. jest obliczana według algorytmu:
Jeżeli SW ≥ 4.75, to OK = 5.0 (bdb),
jeżeli 4.75 > SW ≥ 4.25, to OK = 4.5 (db),
jeżeli 4.25 > SW ≥ 3.75, to OK = 4.0 (db),
jeżeli 3.75 > SW ≥ 3.25, to OK = 3.5 (dst),
jeżeli 3.25 > SW ≥ 3.00, to OK = 3.0 (dst).

Sposób i tryb wyrównywania zaległości powstałych wskutek nieobecności studenta na zajęciach:

Student powinien zgłosić się do prowadzącego w celu ustalenia indywidualnego sposobu nadrobienia zaległości.

Wymagania wstępne i dodatkowe, z uwzględnieniem sekwencyjności modułów

Wiedza z zakresu wstępu do logiki i teorii mnogości, analizy matematycznej oraz teorii równań różniczkowych na poziomie absolwenta studiów matematycznych pierwszego stopnia.

Zalecana literatura i pomoce naukowe

1. R. Engelking, *Topologia ogólna*, PWN, Warszawa 1976.
2. K. Kuratowski, *Wstęp do teorii mnogości i topologii*, PWN, Warszawa 1980.
3. N. Bourbaki, *Topologie générale*, Paris 1953.
4. J.L. Kelley, *General topology*, Springer – Verlag New York Berlin Heidelberg 1955.
5. W. Rudin, *Podstawy analizy matematycznej*, PWN, Warszawa 1996.

Publikacje naukowe osób prowadzących zajęcia związane z tematyką modułu

1) Witold Majdak, Mostafa Mbekhta, Laurian Suciu, Operators intertwining with isometries and Brownian parts of 2-isometries, Linear Algebra and its Applications 509 (2016), 168–190.

2) Witold Majdak, Jerzy B. Stochel, Weighted shifts on directed semi-trees: an application to creation operators on Segal-Bargmann spaces, Complex Anal. Oper. Theory 10 (2016), 1427–1452.

3) Witold Majdak, Nicolae-Adrian Secelean, Laurian Suciu, Ergodic properties of operators in some semi-Hilbertian spaces, Linear Multilinear Algebra 61, No. 2, 139-159 (2013).

4) Witold Majdak, Jan Stochel, A local lifting theorem for jointly subnormal families of unbounded operators, Integral Equations Oper. Theory 69, No. 2, 233-246 (2011).

5) Witold Majdak, A lifting theorem for unbounded quasinormal operators. (English) Zbl 1123.47011
J. Math. Anal. Appl. 332, No. 2, 934-946 (2007).

4) Szybowski, Jacek; The Conley index over a phase space for flows, Topol. Methods Nonlinear Anal. 39, No. 2, 311-333 (2012).

5) Szybowski, Jacek; A proof of the continuation property of the Conley index over a phase space,
Topol. Methods Nonlinear Anal. 31, No. 1, 139-149 (2008).

6) Szybowski, Jacek; The external multiplication for the Conley index, Topology Appl. 154, No. 8, 1703-1713 (2007).

Informacje dodatkowe

Brak