

**AGH**AGH UNIVERSITY OF SCIENCE  
AND TECHNOLOGY

Nazwa modułu zajęć:	Algebra				
Rok akademicki:	2019/2020	Kod:	HNKT-1-101-s	Punkty ECTS:	5
Wydział:	Humanistyczny				
Kierunek:	Nowoczesne technologie w kryminalistyce	Specjalność:	—		
Poziom studiów:	Studia I stopnia	Forma studiów:	Stacjonarne		
Język wykładowy:	Polski	Profil:	Ogólnoakademicki (A)	Semestr:	1
Strona www:	—				
Prowadzący moduł:	dr Górllich Agnieszka (forys@agh.edu.pl)				

### Treści programowe zapewniające uzyskanie efektów uczenia się dla modułu zajęć

Przedmiot ma na celu wprowadzenie podstawowych pojęć i twierdzeń algebry liniowej.

### Opis efektów uczenia się dla modułu zajęć

Kod MEU	Student, który zaliczył moduł zajęć zna i rozumie/potrafi/jest gotów do	Powiązania z KEU	Sposób weryfikacji i oceny efektów uczenia się osiągniętych przez studenta w ramach poszczególnych form zajęć i dla całego modułu zajęć
Wiedza: zna i rozumie			
M_W001	Zna pojęcie liczby zespolonej, umie działać na liczbach zespolonych i rozwiązywać równania wielomianowe w dziedzinie zespolonej.	NKT1A_W01	Kolokwium, Egzamin, Aktywność na zajęciach
M_W002	Ma wiedzę z rachunku macierzowego, umie działać na macierzach, diagonalizować macierze, interpretować odwzorowania liniowe i układy równań liniowych poprzez macierze, umie rozwiązywać układy równań liniowych wykorzystując macierze.	NKT1A_W01	Kolokwium, Egzamin, Aktywność na zajęciach
M_W003	Ma wiedzę z rachunku wektorowego w $R^n$ , wie co to podprzestrzeń wektorowa w $R^n$ , jej baza, wymiar.	NKT1A_W01	Kolokwium, Egzamin, Aktywność na zajęciach
M_W004	Zna podstawowe pojęcia geometrii przestrzennej.	NKT1A_W01	Kolokwium, Egzamin, Aktywność na zajęciach
Umiejętności: potrafi			

M_U001	Umie działać na liczbach zespolonych i rozwiązywać równania wielomianowe w dziedzinie zespolonej, potrafi narysować na płaszczyźnie zespolonej interpretację geometryczną zbiorów.	NKT1A_U01	Kolokwium, Egzamin, Aktywność na zajęciach
M_U002	Potrafi wykonywać działania na macierzach, umie rozwiązywać układy równań liniowych wykorzystując macierze, potrafi przedstawić odwzorowanie liniowe za pomocą macierzy, diagonalizuje macierze diagonalizowalne.	NKT1A_U01	Kolokwium, Egzamin, Aktywność na zajęciach
M_U003	Potrafi sprawdzić, czy dany podzbiór przestrzeni $R^n$ jest podprzestrzenią wektorową, wyznaczyć jej bazę i wymiar.	NKT1A_U01	Kolokwium, Egzamin, Aktywność na zajęciach
M_U004	Zna równania prostych i płaszczyzn w przestrzeni, potrafi zbadać ich wzajemne położenie.	NKT1A_U01	Kolokwium, Egzamin, Aktywność na zajęciach
Kompetencje społeczne: jest gotów do			
M_K001	Ma świadomość kultury matematycznej; podejmuje starania, aby przekazywać zdobytą wiedzę w sposób powszechnie zrozumiały.	NKT1A_K02	Egzamin, Aktywność na zajęciach

### Liczba godzin zajęć w ramach poszczególnych form zajęć

Suma	Forma zajęć dydaktycznych										
	Wykład	Ćwiczenia audytoryjne	Ćwiczenia laboratoryjne	Ćwiczenia projektowe	Konwersatorium	Zajęcia seminaryjne	Zajęcia praktyczne	Zajęcia terenowe	Zajęcia warsztatowe	Prace kontrolne i przejściowe	Lektorat
56	28	28	0	0	0	0	0	0	0	0	0

### Matryca kierunkowych efektów uczenia się w odniesieniu do form zajęć i sposobu zaliczenia, które pozwalają na ich uzyskanie

Kod MEU	Student, który zaliczył moduł zajęć zna i rozumie/potrafi/jest gotów do	Forma zajęć dydaktycznych										
		Wykład	Ćwiczenia audytoryjne	Ćwiczenia laboratoryjne	Ćwiczenia projektowe	Konwersatorium	Zajęcia seminaryjne	Zajęcia praktyczne	Zajęcia terenowe	Zajęcia warsztatowe	Prace kontrolne i przejściowe	Lektorat
Wiedza: zna i rozumie												

M_W001	Zna pojęcie liczby zespolonej, umie działać na liczbach zespolonych i rozwiązywać równania wielomianowe w dziedzinie zespolonej.	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-
M_W002	Ma wiedzę z rachunku macierzowego, umie działać na macierzach, diagonalizować macierze, interpretować odwzorowania liniowe i układy równań liniowych poprzez macierze, umie rozwiązywać układy równań liniowych wykorzystując macierze.	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-
M_W003	Ma wiedzę z rachunku wektorowego w $R^n$ , wie co to podprzestrzeń wektorowa w $R^n$ , jej baza, wymiar.	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
M_W004	Zna podstawowe pojęcia geometrii przestrzennej.	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Umiejętności: potrafi												
M_U001	Umie działać na liczbach zespolonych i rozwiązywać równania wielomianowe w dziedzinie zespolonej, potrafi narysować na płaszczyźnie zespolonej interpretację geometryczną zbiorów.	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-
M_U002	Potrafi wykonywać działania na macierzach, umie rozwiązywać układy równań liniowych wykorzystując macierze, potrafi przedstawić odwzorowanie liniowe za pomocą macierzy, diagonalizuje macierze diagonalizowalne.	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-
M_U003	Potrafi sprawdzić, czy dany podzbiór przestrzeni $R^n$ jest podprzestrzenią wektorową, wyznaczyć jej bazę i wymiar.	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-
M_U004	Zna równania prostych i płaszczyzn w przestrzeni, potrafi zbadać ich wzajemne położenie.	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Kompetencje społeczne: jest gotów do												
M_K001	Ma świadomość kultury matematycznej; podejmuje starania, aby przekazywać zdobytą wiedzę w sposób powszechnie zrozumiały.	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-

## Nakład pracy studenta (bilans punktów ECTS)

Forma aktywności studenta	Obciążenie studenta
Udział w zajęciach dydaktycznych/praktyka	56 godz
Przygotowanie do zajęć	35 godz
Samodzielne studiowanie tematyki zajęć	30 godz
Egzamin lub kolokwium zaliczeniowe	2 godz
Dodatkowe godziny kontaktowe	5 godz
Sumaryczne obciążenie pracą studenta	128 godz
Punkty ECTS za moduł	5 ECTS

## Pozostałe informacje

### Szczegółowe treści kształcenia w ramach poszczególnych form zajęć (szczegółowy program wykładów i pozostałych zajęć)

#### Wykład

##### Liczby zespolone - 5 godz.

Definicja liczby zespolonej. Postać algebraiczna, trygonometryczna i wykładnicza liczby zespolonej. Działania na liczbach zespolonych. Interpretacja graficzna na płaszczyźnie zespolonej. Zasadnicze twierdzenie algebry (tw. Gaussa) i rozwiązywanie równań wielomianowych w dziedzinie zespolonej.

##### Teoria macierzy - 5 godz.

Definicja macierzy. Podstawowe rodzaje macierzy. Działania na macierzach. Wyznacznik macierzy kwadratowej (definicja, własności, rozwinięcie Laplace'a). Macierz odwrotna i metody jej znajdowania (metoda dopełnień algebraicznych, algorytm Gaussa). Rząd macierzy. Algorytm Gaussa sprowadzania macierzy do postaci schodkowej.

##### Układy równań liniowych - 3 godz.

Definicja i zapis macierzowy układu. Układy kwadratowe (tw. Cramera). Tw. Kroneckera-Capellego i tw. o układach niesprzecznych. Rozwiązywanie układów równań metodą Gaussa. Tw. o rozwiązaniach układów jednorodnych i niejednorodnych.

##### Wektory w $\mathbb{R}^n$ - 4 godz.

Działania na wektorach w  $\mathbb{R}^n$ . Zbiory wektorów liniowo niezależne. Baza w  $\mathbb{R}^n$ . Podprzestrzenie wektorowe w  $\mathbb{R}^n$ . Generowanie podprzestrzeni przez układ wektorów. Baza i wymiar podprzestrzeni wektorowej w  $\mathbb{R}^n$ . Współrzędne wektora względem ustalonej bazy.

##### Odwzorowania liniowe - 2 godz.

Definicja odwzorowania liniowego. Jądro i obraz odwzorowania liniowego. Pojęcie monomorfizmu, epimorfizmu, endomorfizmu. Działania na odwzorowaniach liniowych.

##### Macierz odwzorowania liniowego - 4 godz.

Macierzowa interpretacja odwzorowania liniowego. Związki między macierzą a odwzorowaniem liniowym reprezentowanym przez tę macierz. Macierz przejścia. Zmiana macierzy odwzorowania przy zmianie baz w dziedzinie i przeciwdziedzinie. Tw. o niezmiennikach macierzy odwzorowania liniowego.

Diagonalizacja macierzy - 3 godz.

Wektory i wartości własne endomorfizmu. Podprzestrzeń własna. WKW na diagonalizowalność endomorfizmu. Diagonalizacja endomorfizmu i macierzy.

Geometria analityczna - 2 godz.

Norma euklidesowa wektora. Iloczyn skalarny, wektorowy i mieszany wektorów. Płaszczyzny i proste w przestrzeni. Wzajemne położenie prostych i płaszczyzn w przestrzeni. Powierzchnie stopnia drugiego w  $R^3$ .

### **Ćwiczenia audytoryjne**

Rozwiązywanie zadań i problemów ilustrujących tematykę wykładów. Program ćwiczeń pokrywa się z programem wykładu. Przewidziane są dwa kolokwia.

### **Metody i techniki kształcenia:**

Wykład: Treści prezentowane na wykładzie przekazywane są w formie klasycznego wykładu tablicowego. Mile widziane pytania do prowadzącego w celu bieżącego wyjaśniania ewentualnych wątpliwości.

Ćwiczenia audytoryjne: Podczas zajęć audytoryjnych studenci na tablicy rozwiązują zadane wcześniej problemy. Prowadzący na bieżąco dokonuje stosownych wyjaśnień i moderuje dyskusję z grupą nad danym problemem.

### **Warunki i sposób zaliczenia poszczególnych form zajęć, w tym zasady zaliczeń poprawkowych, a także warunki dopuszczenia do egzaminu:**

1. Aby uzyskać zaliczenie ćwiczeń należy uzyskać co najmniej 50% możliwych punktów z dwóch sprawdzianów pisemnych („kolokwiów”), a także uzyskać pozytywne oceny z odpowiedzi ustnych. Procent uzyskanych punktów przeliczany jest na ocenę zgodnie z Regulaminem Studiów AGH.
2. Warunkiem koniecznym i wystarczającym uzyskania pozytywnej oceny końcowej OK jest otrzymanie pozytywnej oceny z ćwiczeń i z egzaminu choć w jednym z terminów. Przy czym warunkiem dopuszczenia do pierwszego terminu egzaminu jest posiadanie oceny pozytywnej z ćwiczeń.
3. Studenci, którzy otrzymali ocenę niedostateczną z ćwiczeń mogą przystąpić do drugiego lub trzeciego terminu egzaminu. Pozytywny wynik egzaminu oznacza równocześnie otrzymanie zaliczenia i zdanie egzaminu.

### **Zasady udziału w poszczególnych zajęciach, ze wskazaniem, czy obecność studenta na zajęciach jest obowiązkowa:**

Wykład:

– Obecność obowiązkowa: Nie

– Zasady udziału w zajęciach: Studenci uczestniczą w zajęciach poznając kolejne treści nauczania zgodnie z sylabusem przedmiotu. Rejestracja audiowizualna wykładu wymaga zgody prowadzącego.

Ćwiczenia audytoryjne:

– Obecność obowiązkowa: Tak

– Zasady udziału w zajęciach: Studenci przystępując do ćwiczeń są zobowiązani do przygotowania się w zakresie wskazanym każdorazowo przez prowadzącego (np. w formie zestawów zadań). Ocena pracy studenta może bazować na wypowiedziach ustnych lub pisemnych w formie kolokwium, co zgodnie z regulaminem studiów AGH przekłada się na ocenę z tej formy zajęć.

### **Sposób obliczania oceny końcowej**

Po obliczeniu oceny średniej ważonej według wzoru  $SW = 1/3OC + 2/3SOE$ , gdzie SOC jest średnią

arytmetyczną ocen uzyskanych we wszystkich terminach zaliczeń z ćwiczeń (co najwyżej trzech), a SOE jest średnią arytmetyczną ocen uzyskanych we wszystkich terminach (co najwyżej trzech) z egzaminu, ocena końcowa OK jest obliczana według zależności:

```
if SW >=4.75 then OK:=5.0 (bdb) else  
if SW >=4.25 then OK:=4.5 (ins>db) else  
if SW >=3.75 then OK:=4.0 (db) else  
if SW >=3.25 then OK:=3.5 (/ins>dst) else OK:=3 (dst)
```

### **Sposób i tryb wyrównywania zaległości powstałych wskutek nieobecności studenta na zajęciach:**

Nieobecność na zajęciach obowiązkowych wymaga od studenta samodzielnego opanowania przerabianego na tych zajęciach materiału i jego zaliczenia w formie i terminie wyznaczonym przez prowadzącego, nie później niż w ostatnim tygodniu trwania zajęć. Student, który bez usprawiedliwienia opuścił więcej niż dwa obowiązkowe zajęcia i jego cząstkowe wyniki w nauce były negatywne nie zalicza zajęć obowiązkowych. Student, który bez usprawiedliwienia opuścił więcej niż trzy zajęcia nie zalicza przedmiotu.

### **Wymagania wstępne i dodatkowe, z uwzględnieniem sekwencyjności modułów**

Dobrze opanowana wiedza matematyczna z zakresu szkoły średniej.

### **Zalecana literatura i pomoce naukowe**

- 1.T. Jurlewicz, Z. Skoczylas, Algebra liniowa 1, Oficyna Wydawnicza GiS, Wrocław, 2002
- 2.T. Jurlewicz, Z. Skoczylas, Algebra liniowa 2, Oficyna Wydawnicza GiS, Wrocław, 2005

### **Publikacje naukowe osób prowadzących zajęcia związane z tematyką modułu**

Anti-Ramsey numbers for disjoint copies of graphs / Izolda Gorgol, Agnieszka GÖRLICH // Opuscula Mathematica ; ISSN 1232-9274. — Tytuł poprz.: Scientific Bulletins of Stanisław Staszic Academy of Mining and Metallurgy. Opuscula Mathematica. — 2017 vol. 37 no. 4, s. 567–575. — Bibliogr. s. 574–575

A lower bound on the size of  $(\text{emph}\{H\}; 1)$ -vertex stable graphs / Sylwia CICHACZ, Agnieszka GÖRLICH, Mateusz NIKODEM, Andrzej ŻAK // Discrete Mathematics ; ISSN 0012-365X. — 2012 vol. 312 iss. 20, s. 3026–3029.

A note on an embedding problem in transitive tournaments / Agnieszka GÖRLICH, Monika PILŚNIAK // Discrete Mathematics ; ISSN 0012-365X. — 2010 vol. 310, s. 681–686.

A note on a packing problem in transitive tournaments / Agnieszka GÖRLICH, Monika PILŚNIAK, Mariusz WOŹNIAK // Graphs and Combinatorics ; ISSN 0911-0119. — 2006 vol. 22 iss. 2, s. 233–239. — Bibliogr. s. 239,

### **Informacje dodatkowe**

-